



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
Curso de Engenharia Civil
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

**VIGAS PROTENDIDAS - ESTUDO DA NORMA E MODELAGEM COM
AUXÍLIO DE PROGRAMA DE ANÁLISE COMERCIAL.**

HUMBERTO ALVES GOMES JUNIOR

Projeto de Graduação apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

Cláudia Ribeiro Eboli
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ
(Orientadora)

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ

Henrique Innecco Longo
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ

Abril/2009

Resumo

Este Projeto de Graduação tem por objetivo avaliar os resultados da modelagem dos cabos de protensão, para vigas isostáticas com pós-tração e aderência posterior, com auxílio do programa de análise por Elementos Finitos SAP2000 v.11. e apresentar e aplicar as recomendações da norma técnica NBR 6118:2003 ao dimensionamento e verificação de vigas isostáticas protendidas. Além dos objetivos, tentou-se desenvolver o Projeto de forma a servir como material didático de apoio.

A parte inicial do Projeto apresenta uma visão geral dos conceitos básicos, da influência da protensão e dos aspectos construtivos sobre o traçado dos cabos, dos tipos e níveis de protensão e dos materiais mais comuns usados na protensão. Na continuação, é apresentada, em detalhes, a representação da protensão por meio de carregamento externo equivalente para cabos com traçado parabólico, além da determinação dos esforços solicitantes decorrentes da ação da protensão em estruturas isostáticas e hiperestáticas.

Em seguida, são apresentadas as considerações para avaliação da força inicial de protensão com suas perdas, assim como as verificações nos Estados Limite Último e nos de Serviço, inerentes às estruturas de concreto protendido.

Por fim, são apresentados de forma prática os aspectos necessários ao desenvolvimento da modelagem de cabos de protensão com auxílio do programa SAP2000.

Os conceitos abordados são ilustrados através do projeto de uma longarina de uma ponte rodoviária, com a protensão representada pelo cabo médio. Os resultados obtidos com auxílio do modelo SAP2000 são comparados com os obtidos pelo cálculo profissional expedito manual.

Sumário

Título	Página
1. Introdução.....	7
2. Histórico	9
2.1 Protensão no Mundo.....	9
2.2 Protensão no Brasil.....	9
2.3 Sistemas de Operação da Protensão	10
3. Noções e Conceitos Básicos.....	11
3.1 Conceito de Protensão	11
3.2 Tipos de Protensão	11
3.3 Níveis de Protensão	12
4. Materiais	14
4.1 Concreto	14
4.2 Aços.....	15
4.2.1 Fios e Cordoalhas	16
4.2.2 Cabos.....	18
4.3 Bainhas	18
4.4 Injeção	19
4.5 Tipos de Ancoragens.....	19
4.6 Macacos Hidráulicos	22
5. Traçado do Cabo de Protensão	23
5.1 Influência da Protensão no Traçado dos Cabos	23
5.2 Influência do Aspecto Construtivo no Traçado dos Cabos	25
6. Solicitações Decorrentes da Protensão	26
6.1 Carregamento Equivalente	26
6.2 Esforços Isostáticos	29
6.3 Hiperestático de Protensão	30

7. Avaliação da Força de Protensão	32
7.1 Força de Protensão Inicial	32
7.1.1 Força Média de Protensão (Item 9.6.1.1)	32
7.1.2 Valores Limites da Força na Armadura de Protensão (Item 9.6.1.2)	32
7.1.3 Valores Representativos da Força de Protensão (Item 9.6.3.1).....	33
7.1.4 Valores de Cálculo da Força de Protensão (Item 9.1.6.4).....	33
7.2 Perdas da Força de Protensão (Item 9.6.3).....	33
7.2.1 Perdas Imediatas (Item 9.6.3.3).....	33
7.2.1.1 Perdas por Atrito (Item 9.6.3.3.2.2)	34
7.2.1.2 Perdas por Deslizamento da Armadura na Ancoragem e Acomodação .. da Ancoragem (Item 9.6.3.3.2.3)	35
7.2.1.3 Encurtamento Imediato do Concreto (Item 9.6.3.3.2.1).....	36
7.2.2 Perdas Progressivas (Item 9.6.3.4)	37
7.2.2.1 Perdas por Fluência e Retração do Concreto e Relaxação do Aço.....	37
7.2.2.2 Processo Simplificado da NBR 6118 para o Caso de Fases Únicas de Operação (Item 9.6.3.4.2).....	38
7.2.2.3 Processo Aproximado da NBR 6118 (Item 9.6.3.4.3).....	39
8. Avaliação do Alongamento	40
9. Verificações nos Estados Limites	41
9.1 Estados Limites Últimos (ELU)	41
9.1.1 Combinações	41
9.1.2 Verificações.....	43
9.1.2.1 Estado Limite Último de Solicitações Normais	43
9.1.2.1.1 Estado Limite Último de Ruptura no Ato da Protensão (Item 17.2.4.3).....	44
9.1.2.1.2 Estado Limite Último de Solicitação Tangencial (Item 17.4.2)...	45

	5
9.2 Estados Limites de Serviço (ELS)	46
9.2.1 Combinações	46
9.2.2 Verificações.....	47
10. Aspectos da Modelagem de Cabos de Protensão com Auxílio do Programa SAP	49
11. Exemplos de Aplicação	56
11.1 Exemplo 1 - Viga Isostática	56
11.1.1 Introdução.....	56
11.1.2 Materiais.....	56
11.1.3 Características Gerais da Superestrutura	57
11.1.4 Caracterização das Propriedades Geométricas e Mecânicas	57
11.1.4.1 Características das Seções	57
11.1.4.2 Desenhos das Seções	57
11.1.5 Definição dos Carregamentos.....	58
11.1.5.1 Ações Permanentes.....	58
11.1.5.2 Ações Variáveis.....	58
11.1.6 Esforços Solicitantes Característicos.....	58
11.1.7 Pré-dimensionamento ELU (Flexão).....	58
11.1.8 Avaliação da Força de Protensão.....	59
11.1.8.1 Traçado do Cabo de Protensão	59
11.1.8.2 Avaliação dos Esforços Iniciais de Protensão	60
11.1.8.3 Perdas da Força de Protensão	61
11.1.8.3.1 Perdas Imediatas	61
11.1.8.3.1.1 Perdas por Atrito.....	61
11.1.8.3.1.2 Perdas por Deslizamento da Armadura e Acomodação da Ancoragem	61
11.1.8.3.1.3 Perdas por Encurtamento Imediato do Concreto.....	63

11.1.8.3.2 Perdas Progressivas	64
11.1.8.3.2.1 Perda por Retração.....	64
11.1.8.3.2.2 Perda por Fluência	65
11.1.8.3.2.3 Perda por Relaxação	66
11.1.8.3.2.4 Perda Total.....	67
11.1.9 Verificação à Flexão no ELU	68
11.1.9.1 Seção 6.....	68
11.1.9.2 Seção 1.....	69
11.1.9.3 Demais Seções	69
11.1.10 Dimensionamento ao Cisalhamento no ELU	69
11.1.11 Avaliação das Tensões no Concreto	72
11.1.11.1 Estado Limite Último no Ato de Protensão.....	72
11.1.11.2 Estado Limite de Serviço de Descompressão.....	73
11.1.11.3 Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras	76
11.1.12 Avaliação do Alongamento Teórico do Cabo de Protensão.....	77
11.1.13 Avaliação do Pré-Alongamento.....	77
11.2 Exemplo 2 – Método do Carregamento Equivalente	79
11.3 Exemplo 3 – Avaliação dos Resultados da Modelagem pelo Programa SAP	80
12. Conclusões.....	91
Bibliografia.....	92

1. Introdução

A escolha deste tema para o Projeto de Graduação teve duas motivações. A primeira consiste da avaliação dos resultados da modelagem dos cabos de protensão com o SAP2000, pois o SAP constitui uma ferramenta computacional bastante empregada na área da engenharia. Pelo fato de ser usuário deste programa, considero importante a avaliação de seus resultados a fim de conhecer suas qualidades e limitações. A segunda motivação é complementar os conhecimentos adquiridos ao longo do curso de graduação.

O Projeto tem como objetivo: a modelagem dos cabos de protensão, em vigas com pós-tração e aderência posterior, com auxílio do programa de análise por Elementos Finitos SAP2000 v.11; apresentar e aplicar as recomendações da norma técnica NBR 6118:2003 ao dimensionamento e verificação do projeto de vigas protendidas. Além desses objetivos, tentou-se desenvolver um texto que possa vir a servir como material didático de apoio.

O assunto é abordado em três etapas. A primeira etapa consiste da apresentação dos conceitos básicos de protensão, influência da protensão e dos aspectos construtivos sobre o traçado dos cabos e dos materiais usados. A segunda etapa compreende a representação da força de protensão por meio de carregamento externo equivalente, para cabos com traçado parabólico, e avaliação da força de protensão inicial com suas respectivas perdas e verificações nos Estados Limites. A terceira etapa apresenta os aspectos da modelagem dos cabos de protensão no programa SAP2000 e aplicação em exemplos práticos, onde se procura usar os procedimentos apresentados na segunda etapa.

O projeto é desenvolvido nos seguintes capítulos:

Capítulo 2: Apresentação de um breve histórico da protensão no Mundo e no Brasil.

Capítulo 3: Apresentação dos conceitos básicos de protensão, com suas vantagens e desvantagens, dos tipos de protensão, se é com pré ou pós-tração e se é com aderência ou não, e dos níveis de protensão, que podem ser protensão completa, limitada ou parcial, onde eles se relacionam com a classe de agressividade ambiental.

Capítulo 4: Apresenta as características do concreto e do aço empregados em estruturas protendidas, e também os materiais empregados em bainhas, injeção de calda de cimento, ancoragens, nos sistemas de protensão e nas operações de protensão.

Capítulo 5: Comentários a respeito da influência da protensão no traçado dos cabos, que é dependente da posição da linha de ação da força de protensão no núcleo central, e apresentação de algumas limitações no traçado por conta de aspectos construtivos e disposições construtivas a serem respeitadas no projeto.

Capítulo 6: Obtenção dos esforços de protensão a partir do método do carregamento externo equivalente, onde o carregamento deve ser capaz de apresentar os mesmos efeitos impostos a uma estrutura pelos cabos de protensão nela aplicados, e as solicitações de protensão que surgem em uma viga isostática ou hiperestática.

Capítulo 7: Avaliação da força inicial de protensão e das perdas imediatas e progressivas. As perdas progressivas são apresentadas pelo método aproximado e simplificado da NBR 6118, e separadamente por fluência e retração do concreto e relaxação do aço.

Capítulo 8: Avaliação do alongamento teórico. Esta etapa é bastante importante, pois é a partir do seu valor que se tem noção se a força de protensão gerada pelo macaco hidráulico foi realmente aplicada de forma adequada ao cabo.

Capítulo 9: Verificação dos Estados Limite, com apresentação das combinações e coeficientes de ponderação. O Estado Limite Último se caracteriza pelas solicitações normais, de ruptura no ato da protensão e tangenciais, enquanto que as verificações de tensão no concreto são dependentes da classe de agressividade ambiental, onde as combinações podem ser freqüente, quase permanente e rara.

Capítulo 10: Apresentação dos procedimentos necessários para modelagem dos cabos de protensão. Apesar do SAP oferecer o módulo de verificação dos estados limites, este aspecto não será abordado.

Capítulo 11: Este capítulo apresenta a resolução de três exemplos numéricos. O primeiro a ser abordado consiste das verificações no ELU e ELS para uma longarina protendida, baseada no trabalho proposto na disciplina de Concreto Protendido – 2008/1. O segundo exemplo é de avaliação dos esforços iniciais de protensão através do método da carga equivalente. E o último é a avaliação, e comparação com o exemplo 1, dos esforços iniciais e perdas de protensão com auxílio do programa SAP2000 v.11.

2. Histórico

A seguir apresenta-se um breve histórico sobre protensão aplicada no mundo e no Brasil.

2.1 Protensão no Mundo

A técnica de protensão remonta aos tempos mais antigos, mais precisamente ao ano de 2100 A.C. no Egito. Nessa época os egípcios faziam uso do encurtamento de lâminas de ferro pré-aquecidas para a confecção de embarcações, pois com o resfriamento das lâminas era possível pré-comprimir os pranchões de madeira do casco, tornando-os estanques. Este é o mesmo processo empregado na confecção de tonéis. Dessa forma, os egípcios faziam uso do processo das deformações térmicas para introduzir um estado prévio de tensão às peças.

No século XIX o engenheiro americano P. A. Jackson tornou-se a primeira pessoa a aplicar o conceito de protensão à peça de concreto, quando patenteou um sistema de passar as hastes de um laço através dos blocos e apertá-los com porcas, submetendo dessa forma o conjunto a um estado prévio de tensões.

Em 1877, o americano Thaddeus Hyatt obteve importantes conclusões a cerca do trabalho em conjunto do concreto com o aço, comprovando dessa forma as hipóteses sobre o posicionamento correto da armadura na região tracionada da peça de concreto.

No final do século foram realizadas diversas tentativas de se criar métodos de protensão, porém sem êxito devido ao desconhecimento em relação aos efeitos de retração e fluência do concreto, que causavam perda de protensão. No início do século XX Koenen e Mörsch perceberam que a retração e fluência do concreto eram responsáveis pela perda de protensão em diversos casos ensaiados.

Eugène Freyssinet é considerado o criador do concreto protendido, pois este notável engenheiro francês fez uso da propriedade de protensão de forma magnífica. Foi com ele, em 1928, que surgiu o primeiro trabalho consistente sobre concreto protendido a partir da introdução do aço de alta resistência para execução de protensões. Experiências anteriores haviam sido feitas com aço doce, o que levava a um resultado insatisfatório quando consideradas as perdas lentas de protensão. A partir de seu trabalho foi possível superar algumas deficiências existentes no uso de protensão de estruturas. Os aços por ele empregados tinham a forma de arames trefilados, e seu princípio de protensão em estruturas é empregado até os dias atuais.

A primeira obra oficialmente realizada em todo o mundo em concreto protendido foi projetada por Freyssinet em 1941 – ponte sobre o rio Marne em Lucancy – e finalizada em 1945.

2.2 Protensão no Brasil

A primeira obra realizada em concreto protendido no Brasil foi a Ponte do Galeão, concluída em 1948, no Rio de Janeiro com 380m de comprimento, então a ponte mais extensa do mundo. Todos os materiais e equipamentos utilizados foram importados da França, os cabos de protensão empregados eram fios lisos envolvidos por 2 ou 3 camadas de papel Kraft, sendo os papéis e os fios envolvidos com betume. Essa técnica é o que conhecemos hoje em dia como protensão sem aderência. A partir de 1952 começa a ser fabricado aço de protensão.

De 1958 a 1968, existiam duas empresas que fabricavam aço duro para concreto protendido e dividiam o mercado. Posteriormente essas duas empresas se fundiram e atualmente só há um fabricante nacional (Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira) de aços para concreto protendido.

Até 1974 só eram produzidos no Brasil aços para protensão de relaxação normal. Estes aços são retificados por tratamento térmico que visa aliviar as tensões de trefilamento resultando em maior linearidade do diagrama Tensão x Deformação. A partir de 1974 os aços de relaxação baixa passaram a ser fabricados nacionalmente. Por apresentar melhor característica elástica e menor perda de tensão por relaxação, esse tipo de aço é o mais empregado.

2.3 Sistemas de Operação da Protensão

Durante a primeira metade do século XX, existiam basicamente dois sistemas de protensão - o sistema Freyssinet (método francês) e o sistema de Diwidag (método alemão).

O sistema Freyssinet consiste da utilização de cordoalhas de fios com cunhas metálicas, onde o conjunto de cordoalhas forma a armadura e as cunhas metálicas o sistema de ancoragem.

O sistema de Diwidag é composto por barras laminadas com roscas que representam os cabos e o sistema de ancoragem é realizado com auxílio de porcas metálicas.

Hoje em dia, existem diversos sistemas de protensão, mas caso a empresa responsável pela execução da peça não possua método próprio para protensão, é necessário pagamento de royalties ao detentor da patente.

3. Noções e Conceitos Básicos

Inicialmente apresentaremos de forma preliminar noções e conceitos básicos a respeito do concreto protendido, sendo realizado em capítulos posteriores um estudo mais abrangente.

3.1 Conceito de Protensão

Protensão é um artifício que consiste em introduzir numa estrutura um estado prévio de tensões capaz de melhorar sua resistência ou comportamento, sob diversas condições de carga.

A estrutura de concreto protendido apresenta vantagens e desvantagens, quando comparada com a estrutura convencional de concreto armado.

Dentre as vantagens, podemos citar:

- A estrutura de concreto protendido possui maior rigidez, produzida pelo estado prévio de tensões que limita total ou parcialmente a fissuração da peça;
- A limitação das tensões de tração traz menor possibilidade de deterioração da peça, por conta da redução da corrosão na armadura;
- Com o uso do concreto protendido torna-se possível projetar estruturas mais esbeltas, com menor peso próprio e possibilitando estruturas arrojadas e de grandes vãos;
- Caso a estrutura seja solicitada por uma ação não prevista e ocorra a formação de fissuras, a estrutura é capaz de se recompor após cessada a ação devido à força de protensão;
- Pelo fato das peças protendidas serem, em boa parte, constituídas de peças pré-moldadas, executadas fora do local definitivo de uso, no canteiro de obras o espaço físico é racionalizado e a geração de resíduos minimizada. Este último aspecto é relevante, pois é exigida licença ambiental para realização de estruturas de grande porte.

Dentre as desvantagens, podemos citar:

- Para execução da estrutura em concreto protendido é necessário a utilização de equipamentos especializados, mão-de-obra qualificada e rigoroso controle tecnológico. Este rigor pode ser justificado pela necessidade de concreto de alta resistência, precisão da montagem da armadura, pois caso o traçado do cabo difira consideravelmente do traçado de projeto a estrutura pode assumir esforços que antes não estavam previstos, e aplicação e operação de protensão. Estes aspectos tornam o processo de execução mais oneroso;
- Os aços de alta resistência demandam cuidados especiais de corrosão contra armadura, por conta do diâmetro reduzido do fio e por causa do aço submetido a tensões elevadas ficar susceptível à corrosão.

3.2 Tipos de Protensão

Os tipos de protensão estão relacionados à forma como ocorre aderência entre armadura ativa e concreto, e se dividem em: pré ou pós-tração, protensão sem ou com aderência e interna ou externa.

Na pré-tração, a armadura se encontra tracionada e ancorada em dispositivos externos à peça antes do lançamento do concreto.

Na pós-tração, que é a situação inversa ao da pré-tração, a armadura somente é tracionada e ancorada após o concreto ter adquirido certa resistência.

Protensão sem aderência, aplicada ao caso da pós-tração: após a ancoragem da armadura há injeção de graxa que não permite a aderência ao concreto e também protege contra corrosão.

Protensão com aderência inicial, aplicada ao caso da pré-tração: a força de protensão é transmitida à peça por aderência entre armadura e concreto, assim como pela ancoragem da armadura.

Protensão com aderência posterior, aplicada ao caso da pós-tração. A aderência entre concreto e armadura é garantida de modo permanente com injeção de calda de cimento no interior das bainhas, com auxílio de bombas injetoras.

3.3 Níveis de Protensão

Os níveis de protensão estão relacionados aos estados limites de utilização referentes à fissuração. Para a determinação das solicitações devem ser empregadas as combinações de ações como estabelece a NBR 6118:2003.

Os níveis de protensão se subdividem em: protensão completa, protensão limitada ou protensão parcial.

Para cada caso temos as seguintes situações:

- Existe protensão completa, quando as duas condições a seguir são verificadas:

I – Para as combinações frequentes de ações é respeitado o estado limite de descompressão, ou seja, sempre que atuarem a carga permanente e as sobrecargas frequentes, não será admitido tensão de tração no concreto;

II – Para as combinações raras de ações, quando previstas no projeto, é respeitado o estado limite de formação de fissuras.

A protensão completa é o nível que propicia as melhores condições de proteção das armaduras contra corrosão e limita as variações de tensões no aço a valores moderados. A princípio não há limitação técnica para o uso da protensão completa, ficando a escolha desse nível sujeita apenas a motivos econômicos. Esse nível é bastante interessante em obras situadas em meios muito agressivos.

- Existe protensão limitada, quando as duas condições a seguir são verificadas:

I – Para as combinações quase permanentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o estado limite de descompressão;

II – Para as combinações frequentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o estado limite de formação de fissuras.

Em vigas com protensão limitada, as tensões de tração devem ser dimensionadas de forma moderada em serviço para que a probabilidade de formação de fissuras no concreto seja pequena. Caso venham acontecer por causa de alguma ação variável temporária, as fissuras podem fechar logo após cessada a ação. Isso é possível por conta das seções permanecerem comprimidas sob o efeito das cargas quase permanentes.

A protensão limitada quando comparada com a completa, apresenta os seguintes benefícios:

- Tensões menores na época da protensão;
- Redução da flecha devido o efeito de fluência do concreto;
- Menor quantidade de armadura ativa (o aço para CP é mais oneroso quando comparado com o aço para CA).

- Existe protensão parcial, quando as duas condições a seguir são verificadas:

I – Para as combinações quase permanentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o estado limite de descompressão;

II – Para as combinações freqüentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o estado limite de formação de fissuras, com $w_k \leq 0,2\text{mm}$.

Esse nível de protensão é similar à protensão parcial, com a diferença que é permitida que as tensões de tração no concreto atinjam valores maiores, levando a formação de fissuras maiores.

A protensão completa permite reduzir a quantidade de armadura passiva, mas a redução pode se tornar prejudicial ao controle da fissuração, para o caso em que surgirem esforços de tração e fissuras oriundas da diferença de temperatura e de recalques de apoio.

De certa forma a protensão parcial é suficiente para alcançar os benefícios da protensão. Na maioria das estruturas os esforços máximos levados em conta no dimensionamento ocorrem poucas vezes, com isso é mais vantajoso evitar tensões de tração para boa parte dos carregamentos e controlar a fissuração para o carregamento total.

Por isso a protensão completa se torna uma exigência para os casos de estruturas situadas em ambientes muito agressivos e onde as fissuras devam ser impedidas por completo, como são os casos de barras tracionadas ou em paredes de reservatórios.

4. Materiais

Este capítulo apresentará as características do concreto e do aço empregados em estruturas protendidas, e também os materiais empregados em bainhas, injeção de calda de cimento, ancoragens, nos sistemas de protensão e nas operações de protensão.

4.1 Concreto

Usualmente a resistência do concreto empregado em peças protendidas é superior quando comparado com a resistência de peças de concreto armado. A NBR 6118:2003 sugere uma correspondência entre a classe de agressividade ambiental e a qualidade do concreto. Essa correspondência indica a relação água/cimento em massa e a classe do concreto, como pode ser visto na tabela a seguir:

Tabela 4.1 – Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto (Tabela 7.1 da NBR 6118)

Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
	CP	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$
	CP	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C35$	$\geq C40$
NOTAS					
1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.					
2 CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.					
3 CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.					

Em geral, há algumas razões para ser utilizado concreto de alta resistência em peças protendidas. A seguir são citadas algumas razões para justificar essa escolha:

- A utilização de concreto e aço de alta resistência, contribui em geral para a redução das dimensões da seção da peça protendida, conseqüentemente diminuindo o peso próprio da mesma;
- Usualmente, a introdução de forças de protensão pode causar solicitações elevadas nas peças de concreto no ato ou imediatamente após a protensão da peça, quando comparadas com as solicitações que surgem em serviço;
- Pelo fato do módulo de elasticidade ser proporcional à resistência do concreto, os concretos de alta resistência tem módulo mais elevado, o que acaba por reduzir as deformações imediatas, bem como as deformações que ocorrem ao longo do tempo decorrentes da fluência e da retração do concreto.

Também é fundamental que o concreto possua boas características de compacidade e baixa permeabilidade, em adição à necessidade de boa resistência e de controle específico de retração. Com essas características a armadura possuirá proteção eficiente contra corrosão.

É essencial que o concreto tenha as melhores características no que se refere às propriedades mecânicas, e quanto ao que se refere à durabilidade das construções, com o rigor compatível com os elevados requisitos de desempenho normalmente impostos às estruturas de concreto protendido.

Para que o concreto atenda aos elevados critérios impostos às estruturas de concreto protendido, é necessário possuir os requisitos essenciais para a execução dos critérios de projeto. Dentre esses requisitos é possível destacar:

- Os tipos mais adequados de cimento (Portland, ARI, AF, Pozolâmico, etc);
- As recomendações da tecnologia de produção de concreto;
- Aplicar adequadamente agregado quanto à origem mineralógica e granulométrica;
- Observar as proporções adequadas de água, cimento, agregados e aditivos;
- Executar a cura adequada do concreto;
- E por último, mas não menos importante, somente empregar aditivos que não venham a prejudicar a integridade das armaduras.

A cura do concreto deve ser efetuada seguindo os devidos critérios normativos, para que o mesmo seja capaz de alcançar a plenitude de suas qualidades. Além da cura feita à temperatura ambiente, também há casos onde a cura pode ser feita por meio de processos térmicos na chamada cura térmica, como é o caso frequente nas instalações de produção em série de elementos pré-fabricados, para poder manter o ritmo diário de produção. A cura térmica possibilita obter elevada resistência com poucas horas de cura, como é o caso da cura a vapor com uso de cimento ARI, alcançando em um período da ordem de 12 horas cerca de 70% da resistência final do concreto.

Basicamente, a cura térmica é feita em três etapas, sendo a sua caracterização feita conforme o tipo de aglomerante, dosagem do concreto, resistência requerida, tipo e dimensões do elemento a ser produzido. Estas etapas compreendem os seguintes passos:

Primeira etapa: a temperatura do ambiente é elevada a uma ordem de 25°C/h, até alcançar o patamar de temperatura de 75°C;

Segunda etapa: a temperatura deve ser mantida constante por dado período de tempo a ser definido previamente;

Terceira etapa: redução da temperatura que deve ser feita gradativamente.

Mais efetivamente, para o projeto de estruturas de concreto protendido, alguns dados são essenciais tais como:

- f_{ckj} e f_{ctkj} resistências características à compressão e tração na data de protensão da peça;
- f_{ck28} e f_{ctk28} resistências características à compressão e tração aos 28 dias;
- $E_{ci}(t_0)$ módulo de elasticidade do concreto no momento da protensão;
- E_{ci28} módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias;
- Relação água/cimento em massa empregada na dosagem do concreto.

4.2 Aços

O aço empregado na protensão de estruturas de concreto se caracteriza pela elevada resistência e pela ausência de patamar de escoamento. O aço para armadura ativa, em geral, é mais econômico que o aço para armadura passiva, pois sua resistência pode alcançar até três vezes o valor da resistência da armadura passiva.

Com esse tipo de aço também pode ser evitado o problema de emendas, que muitas vezes aparecem em estruturas de concreto armado de grandes vãos. Esse empecilho é contornado pelo fato do aço de alta resistência ser fornecido em grandes comprimentos, basicamente na forma de fios e cordoalhas.

Para estruturas de concreto armado o uso de aço de alta resistência é anti-econômico, pois não se pode explorar sua potencialidade em virtude da limitação de deformações, pelo fato de ocorrer alongamentos excessivos por parte da armadura que acarretam na abertura de grandes fissuras. Em peças protendidas isso não ocorre por causa do alongamento prévio que a armadura é submetida.

Aços para protensão podem ser encontrados de diversas formas, onde podemos destacar:

- 1 - Fios trefilados de aço carbono, com diâmetro variando de 3 a 8mm , que podem ser fornecidos em rolos ou bobinas;
- 2 – Cordoalhas, conjunto de fios enrolados em forma de hélice, e podem possuir 2, 3 ou 7 fios;
- 3 – Barras de aço-liga de alta resistência, laminados a quente e com diâmetros superiores a 12mm e com comprimento limitado.

Os aços para protensão também se diferenciam pela modalidade de tratamento, que engloba as seguintes classes:

Relaxação Normal (RN) – também chamados de aços aliviados, são caracterizados pela retificação do aço por meio de tratamento térmico, que visa aliviar as tensões de trefilação.

Relaxação Baixa (RB) – também chamados de aços estabilizados, recebem tratamento termomecânico que melhora as características elásticas e reduz a perda por relaxação.

O aço de alta resistência é designado da seguinte forma:

CP190-RB, onde:

CP = Concreto Protendido;

190 = $190\text{kN/cm}^2 = 1900\text{MPa}$;

RB = Relaxação Baixa.

As principais propriedades mecânicas do aço para protensão são definidas a seguir:

f_{ptk} = resistência característica à ruptura por tração;

f_{pyk} = limite de escoamento convencional, correspondente à deformação residual de 2%;

4.2.1 Fios e Cordoalhas

Como definido anteriormente, os fios trefilados de aço carbono e as cordoalhas são conjunto de fios enrolados em forma de hélice. O módulo de elasticidade do fio é ligeiramente maior que o da cordoalha. Essa diferença de módulos de elasticidade pode ser explicada pelo fato de que durante o carregamento os fios que constituem a cordoalha se acomodam e de certa forma acabam por mascarar a deformação. O módulo de elasticidade para fios é igual a 205GPa, enquanto que para cordoalhas é igual a 195MPa.

As tabelas a seguir retiradas de Hanai [2005] apresentam as principais propriedades características para fios e cordoalhas. Os valores de coeficientes de relaxação presentes na tabela servirão para o cálculo das perdas de protensão, como demonstrado adiante.

Para fios:

Tabela 4.2 – Dimensões e pesos dos rolos.

Diâmetro nominal do fio (mm)	Diâmetro interno (cm)	Diâmetro Externo (cm)	Altura (cm)	Peso (kg)
4,0	150	180	18	700
5,0 - 6,0 - 7,0 - 8,0 - 9,0	180	210	18	700

Os fios para concreto protendido são fornecidos em rolos de grande diâmetro, obedecendo às dimensões da tabela.

Tabela 4.3 – Fios com relaxação normal RN.

Designação (ABNT)	Diâmetro nominal	Área nominal	Área mínima	Massa nominal	Limite de resistência à tração (f _{ptk})	Tensão mín. a 1% alongam. (f _{pyk})*	Alongamento 10φ após ruptura
	mm	mm ²	mm ²	kg/km	MPa	MPa	%
CP-170 RN E	7	38,5	37,9	302	1.700	1.450	5
CP-175 RN E	4	12,6	12,3	99	1.750	1.490	5
CP-175 RN E	5	19,6	19,2	154	1.750	1.490	5
CP-175 RN E	6	28,3	27,8	222	1.750	1.490	6

L = Liso; E = entalhado para aumento da aderência ao concreto

* Considerada equivalente à tensão a 0,2% de deformação permanente f_{pyk} (= 0,85 f_{ptk})

Módulo de elasticidade: 210.000 MPa

Dobramentos alternados (mínimo):

Fios lisos – 3 (diâmetro dos mandris conforme EB-780)

Fios entalhados – 2

Perda máxima por relaxação após 1.000 horas a 20° C para carga inicial igual a 80% da carga de ruptura: RN = 8,5% e RB = 3%. Coeficiente de relaxação ψ sob comprimento constante (1.000 h, 20°C): 4%, 5% e 8,5% para σ_{pi}/f_{ptk} = 60%, 70% e 80%, respectivamente.

Tabela baseada no catálogo técnico de produtos da Belgo – Grupo Arcelor, 2004.

Tabela 4.4 – Fios com relaxação baixa RB.

Designação (ABNT)	Diâmetro nominal	Área nominal	Área mínima	Massa nominal	Limite de resistência à tração (f _{ptk})	Tensão mín. a 1% alongam. (f _{pyk})*	Alongamento 10φ após ruptura
	mm	mm ²	mm ²	kg/km	MPa	MPa	%
CP-145 RB L	9,0	63,6	62,9	500	1.450	1.310	6
CP-150 RB L	8,0	50,3	49,6	395	1.500	1.350	6
CP-170 RB E	7,0	38,5	37,9	302	1.700	1.530	5
CP-170 RB E	7,0	38,5	37,9	302	1.700	1.530	5
CP-175 RB E	4,0	12,6	12,3	99	1.750	1.580	5
CP-175 RB E	5,0	19,6	19,2	154	1.700	1.530	5
CP-175 RB E	6,0	28,3	27,8	222	1.700	1.530	5
CP-175 RB L	5,0	19,6	19,2	154	1.750	1.580	5
CP-175 RB L	6,0	28,3	27,8	222	1.750	1.580	5

L = Liso; E = entalhado para aumento da aderência ao concreto

* Considerada equivalente à tensão a 0,2% de deformação permanente f_{pyk} (= 0,90 f_{ptk})

Módulo de elasticidade: 210.000 MPa

Dobramentos alternados (mínimo):

Fios lisos – 3 (diâmetro dos mandris conforme EB-780)

Fios entalhados – 2

Perda máxima por relaxação após 1.000 horas a 20° C para carga inicial igual a 80% da carga de ruptura: RN = 8,5% e RB = 3%. Coeficiente de relaxação ψ sob comprimento constante (1.000 h, 20°C): 1%, 2% e 3% para σ_{pi}/f_{ptk} = 60%, 70% e 80%, respectivamente.

Tabela baseada no catálogo técnico de produtos da Belgo – Grupo Arcelor, 2004.

Para cordoalhas:

Tabela 4.5 – Cordoalhas dimensões e pesos.

Cordoalha	Peso nominal líquido (kg)	Diâmetro interno (cm)	Diâmetro externo (cm)	Largura do rolo (cm)
3 e 7 fios	3.000	76	139	79

Os rolos são compostos por lances com comprimentos superiores a 600 metros. Mediante acordo prévio poderão ser fornecidos rolos com outros pesos.

As cordoalhas são fornecidas em rolos sem núcleo nas dimensões da tabela.

Os rolos são compostos por lances, com comprimentos superiores a 600 metros.

Mediante acordo prévio poderão ser fornecidos rolos com outros pesos.

Tabela 4.6 – Cordoalhas de 3 e 7 fios.

Designação (ABNT)	Diâmetro nominal	Área nominal de aço	Área mínima	Massa nominal	Carga mínima de ruptura	Carga mínima a 1% de alongamento	Alongamento sob carga (em 610 mm)
	m	mm ²	mm ²	kg/km	kN	kN	%
CP-190 RB 3 x 3,0	6,5	21,8	21,5	171	40,8	36,7	3,5
CP-190 RB 3 x 3,5	7,6	30,3	30,0	238	57,0	51,3	
CP-190 RB 3 x 4,0	8,8	38,3	37,6	304	71,4	64,3	
CP-190 RB 3 x 4,5	9,6	46,5	46,2	366	87,7	78,9	
CP-190 RB 3 x 5,0	11,1	66,5	65,7	520	124,8	112,3	
CP-190 RB 9,5	9,5	55,5	54,8	441	104,3	93,9	
CP-190 RB 12,7	12,7	101,4	98,7	792	187,3	168,6	
CP-190 RB 15,2	15,2	143,5	140,0	1.126	265,8	239,2	
* Quociente entre a carga a 1% de alongamento e a área nominal de aço: é considerado equivalente a f_{pyk} ($= 0,90 f_{ptk}$) ** Quociente entre a carga de ruptura e a área nominal de aço (f_{ptk}) Módulo de elasticidade: 202.000 MPa, $\pm 3\%$					Perda máxima por relaxação após 1.000 horas a 20° C, para carga inicial de 80% da carga de ruptura: 3,5% Coeficiente de relaxação ψ sob comprimento constante (1.000 h, 20°C): 1,5%, 2,5% e 3,5% para $\sigma_{pi}/f_{ptk} = 60\%$, 70% e 80%, respectivamente. Tabela baseada no catálogo técnico de produtos da Belgo – Grupo Arcelor, 2004.		

Há também a cordoalha engraxada. Esse tipo de cordoalha permite a execução de protensão com cabos não aderentes embutidos. A cordoalha é banhada em graxa de protensão e envolvida com polietileno de alta densidade, que permite a proteção da armadura contra corrosão e impede a aderência ao concreto.

4.2.2 Cabos

Os cabos são formados pelo agrupamento de 2 ou mais fios, cordoalhas ou barras. Como consequência desse agrupamento é possível obter forças de protensão maiores, que dependem da quantidade de elementos do cabo.

4.3 Bainhas

As bainhas são tubos constituídos por chapas de aço laminadas a frio da ordem de 0,1 a 0,35mm que devem ser costuradas a frio.

As bainhas são empregadas nos casos de protensão sem aderência e com aderência posterior. Esses tubos têm por finalidade permitir que a armadura de protensão deslize através da peça de concreto minimizando o atrito entre a armadura e o concreto. As bainhas devem ser dutos perfeitamente estanques, para que no momento da concretagem não haja penetração de concreto ou calda de cimento para o seu interior, o que poderia impossibilitar a passagem da armadura de protensão.

Durante o processo de fabricação da bainha, além da costura também são produzidas ondulações em hélice que têm por objetivo: aumentar a rigidez da bainha sem reduzir a flexibilidade longitudinal o que possibilita enrolar cabos de grande comprimento e facilita o manuseio, e melhora a aderência entre concreto e a nata de cimento devido às saliências.

A bainha também possui dispositivo chamado suspiro, que tem como objetivo permitir que a injeção de calda de cimento seja bem sucedida, permitindo a saída de ar. Os suspiros para terem maior eficiência devem estar localizados nas partes mais altas, enquanto que a injeção de cimento deve ser realizada em pontos mais baixos.

As bainhas podem se dividir em três tipos, que são: flexível, semi – rígida e bainhas plásticas.

4.4 Injeção

A injeção de calda de cimento deve ser feita de modo a preencher por completo os vazios entre a armadura de protensão e a parede interna da bainha. A protensão com aderência posterior tem a finalidade:

- Proteger a armadura contra corrosão. A qualidade dessa operação depende da durabilidade da obra;
- Estabelecer de forma permanente a aderência entre armadura e concreto estrutural. A injeção é responsável por transmitir os esforços de protensão à peça de concreto e também por permitir a realização de ancoragem morta da armadura de protensão.

Para que a operação de injeção de calda de cimento seja satisfatória é necessário seguir algumas condições. Dentre elas, podemos destacar: além da condição da calda de cimento preencher por completo a bainha, a calda não pode conter qualquer tipo de elemento que venha causar a corrosão da armadura quando a mesma estiver submetida à tensão de protensão, a bainha não deve apresentar obstáculos, o maquinário responsável pela injeção deve ter potência suficiente para assegurar a continuidade do processo apesar das perdas de carga e em suas extremidades os cabos devem prover dispositivos capazes de manter a calda sobre pressão até o seu endurecimento.

4.5 Tipos de Ancoragens

Ancoragem é o dispositivo e/ou artifício responsável por fixar os cabos de protensão tensionados. A ancoragem tem por objetivo evitar que os cabos de protensão percam a carga aplicada pelo macaco hidráulico, ou seja, evitar que os cabos retornem ao seu estado original, perdendo dessa forma a tensão aplicada aos cabos.

As ancoragens se desenvolvem em diversas categorias, tais como:

- Ancoragem por aderência:

Geralmente esse tipo de ancoragem é empregado em sistemas de protensão com aderência inicial. A força de protensão a ser ancorada nesse caso chega a ser da ordem de 3 a 4 vezes maior que a ancoragem das barras nervuradas de concreto armado, com a mesma seção transversal.

Com forças dessa amplitude a ancoragem só se torna efetiva se for possível desenvolver certa aderência mecânica, como por exemplo, pelas nervuras das armaduras ou através de um perfilado que produza um denteamento entre a armadura de protensão e o concreto. Para cordoalhas de 7 fios o deslizamento da armadura é impedido pelo efeito saca-rolha.

Para fios lisos, uma forma de ancoragem é a que pode ser obtida através do efeito Hoyer, onde a extremidade do fio sem tensão não se deforma transversalmente. A variação da seção transversal é responsável pelo encunhamento do fio no concreto.

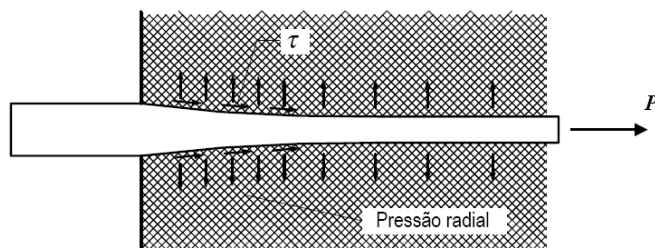


Figura 4.2 – Efeito Hoyer de um fio ancorado por aderência

Na pré-tensão, a tensão produzida na armadura ativa pela protensão deve ser absorvida dentro do trecho de extremidade do fio. Para isso ser possível, o fio e suas nervuras devem se apoiar no concreto. Com o contato entre fio e concreto, a força de protensão é transferida ao concreto, que por sua vez reage com tensões de tração em todas as direções radiais ao redor da armadura de protensão. A ancoragem da armadura ativa somente será garantida caso o concreto não venha a fendilhar. As forças de tração transversal também são conhecidas como forças de fendilhamento.

Para combater essas forças de fendilhamento até certo ponto elevadas e localizadas, se faz necessário a adoção de uma armadura transversal para absorver esses esforços localizados. Essa armadura de preferência deve ser na forma de espiral, cintando a região de ancoragem da peça protendida.

- Ancoragem por meio de cunhas:

Esse tipo de ancoragem é feito basicamente por duas peças, um cone macho e um cone fêmea. Atualmente os sistemas de ancoragem por meio de cunhas, podem ser subdivididos em duas categorias, que são:

Ancoragem com cunha cravada – a figura 4.3 auxiliará o entendimento deste item. Nesse sistema o macaco hidráulico tensiona os fios (1) de protensão até atingir o valor da força de protensão inicial P . Após alcançar esse valor um dispositivo do macaco aciona com um esforço F a cunha (2) contra uma peça fixa (3). Quando o macaco hidráulico cessar a tensão sobre os fios, a peça fixa e a cunha serão responsáveis por absorver a força de protensão, constituindo dessa forma a ancoragem definitiva.

Embora a cunha tenha sido cravada, haverá o deslizamento da cunha em relação ao cone fêmea no momento em que os fios forem liberados. O deslizamento da cunha ocasiona na perda de tensão do fio, por causa da redução do alongamento do mesmo. Essa perda de protensão ocorrerá em todos os sistemas de ancoragem por meio de cunhas, e é chamada de perda por cravação e será estudada mais adiante.

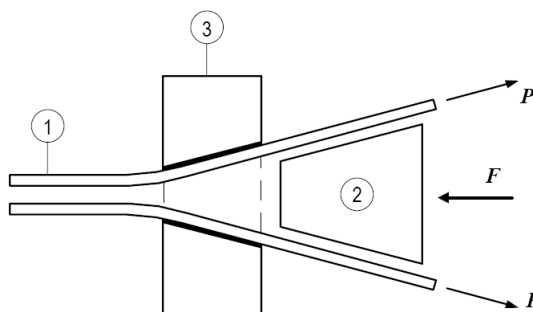


Figura 4.3 - Princípio de ancoragem por meio de cunha: 1 – fios de aço; 2 – cunha de ancoragem (cone macho); 3 – apoio da cunha (cone fêmea). P = força de protensão dos fios de aço do cabo; F = força aplicada sobre a cunha para ancorar o cabo (Pfeil, 1983).

Ancoragem com cunhas deslizantes - Nesse sistema de ancoragem os fios quando forem tensionados pelo macaco hidráulico se movimentarão entre as cunhas, que ainda estão soltas, e que deverão ser colocadas manualmente ou com auxílio de um martelo, antes da liberação dos fios a fim de garantir o surgimento de uma compressão transversal. Quando os cabos são liberados pelo macaco, as cunhas recuam para dentro do cone fêmea por conta do atrito existente, gerado pela compressão axial.

O deslizamento da cunha depende da inclinação das faces da cunha e da profundidade das ranhuras, que tem por objetivo aumentar o atrito entre o cabo e a cunha, impedindo que ela deslize. Assim como no caso da ancoragem com cunha cravada, há perda de protensão por conta do deslizamento que também é chamado de perda por cravação.

Basicamente existem dois tipos de cunha. A primeira onde os fios ou cordoalhas passam por dentro do cone macho e do cone fêmea, e o segundo onde o cone macho é dividido em três partes iguais e possui um furo longitudinal por onde passam os fios ou cordoalhas. A cunha dividida em três partes iguais também é conhecida como cunha tripartida.

- Ancoragem passiva ou morta:

Dependendo de consideração de ordem técnica ou econômica do projeto, é possível aplicar protensão ao cabo apenas em uma extremidade. Enquanto uma extremidade possui ancoragem ativa, na outra é colocada uma ancoragem passiva, também chamada de ancoragem morta.

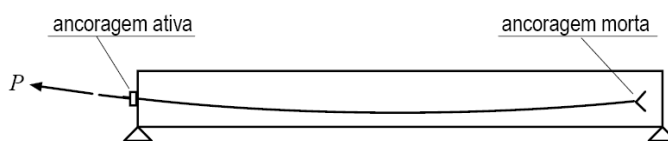


Figura 4.4 – Ancoragem ativa e ancoragem passiva

As ancoragens passivas podem ser obtidas:

- Por atrito e aderência das extremidades dos fios, em contato direto com o concreto;
- Através de laços ou alças, colocadas no interior do concreto;
- Por ancoragens normais com as cunhas pré-cravadas;
- Por dispositivos mecânicos especiais.

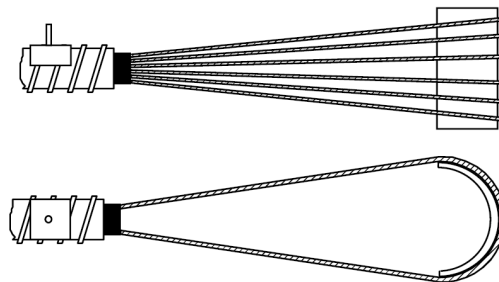


Figura 4.5 – Ancoragem passiva com extremidade das cordoalhas em forma de laço.

A ancoragem morta costuma ser empregada em estruturas com grandes vãos, por conta das perdas de protensão ao longo do elemento que podem se tornar elevadas.

- Ancoragem por meio de rosca e parafuso:

Geralmente o sistema de rosca e parafuso é empregado em barras maciças de aço de protensão, mas eventualmente pode ser empregado com fios ou cordoalhas. Os sistemas mais conhecidos comercialmente são: Macalloy (Inglaterra) e Dywidag (Alemanha).

O sistema de funcionamento da ancoragem se dá da seguinte forma: o macaco hidráulico é conectado ao parafuso por meio de uma peça específica que traciona o cabo. Quando o alongamento e o esforço previsto no projeto são alcançados, a ancoragem é efetuada de forma efetiva apertando-se a porca na placa de apoio.

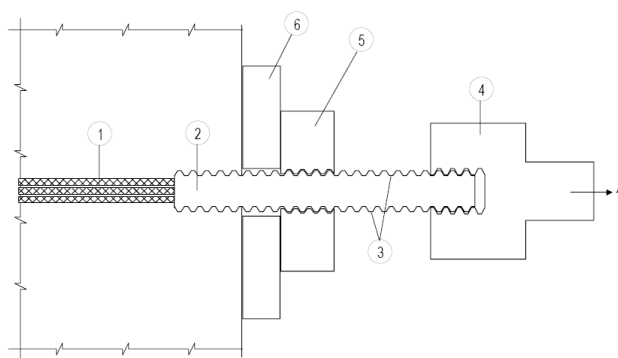


Figura 4.6 – Ancoragem por meio de rosca e porca. 1 - fios de aço;
2 – peça metálica ligada aos fios; 3 – rosca;
4 – cabeçote; 5 – porca; 6 – peça de apoio; P = força de protensão.

4.6 Macacos Hidráulicos

Apesar dos macacos hidráulicos não serem materiais e sim equipamentos essenciais à protensão, eles serão discutidos brevemente neste item.

O objetivo principal do macaco hidráulico é aplicar a força de protensão aos cabos. Esse equipamento passou a ser fabricado no fim da Segunda Guerra Mundial, para o acionamento do trem de pouso dos aviões.

Ele é responsável por introduzir elevadas tensões nas armaduras, sendo que essas tensões podem chegar até a ordem de 50kN/cm^2 que equivalem a uma pressão de 5000m de coluna d'água.

Durante a execução da protensão, o controle da tensão aplicada à armadura é através de um manômetro e o estiramento da armadura é verificado em uma escala milimétrica fixada no macaco.

5. Traçado do Cabo de Protensão

O traçado dos cabos de protensão constitui uma etapa de suma importância no projeto, tendo em vista que a partir do traçado e da força de protensão aplicada aos cabos é que são obtidos os esforços de protensão. Além disto, o traçado tem grande influência nas perdas de protensão.

O objetivo principal da protensão é atuar em sentido oposto ao dos esforços produzidos pelo carregamento externo. A princípio, o traçado do cabo deve ser elaborado de acordo com o carregamento atuante na peça e depois ser ajustado de forma a respeitar os diversos critérios de projeto.

5.1 Influência da Protensão no Traçado dos Cabos

A protensão pode influenciar de diversas formas na elaboração do traçado do cabo. Inicialmente, considere-se uma viga biapoiada de seção transversal retangular submetida à protensão centrada, isto é, com o CG da armadura coincidente com o eixo da viga.

Pelo fato da linha de ação da força de protensão passar pelo centro do núcleo central de inércia da seção da viga, a protensão exerce compressão centrada na seção transversal, como mostra a figura a seguir:

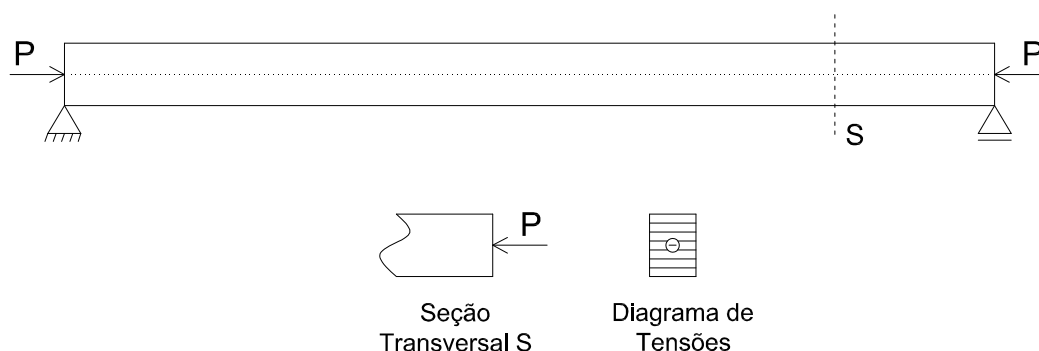


Figura: 5.1 – Viga isostática submetida à protensão centrada.

Supondo, agora, a mesma viga com cabo de traçado excêntrico em relação ao centro do núcleo central. Para toda e qualquer excentricidade contida no interior do núcleo central, a seção só apresentará tensões normais de compressão. Para qualquer ponto sobre o perímetro do núcleo central, a tensão normal na borda oposta deverá ser nula.

A partir do momento em que o cabo estiver fora do núcleo central, a tensão normal mudará de sinal em um ou mais pontos da seção transversal. A figura a seguir demonstra as diversas posições da linha de ação da força de protensão com suas respectivas distribuições de tensões.

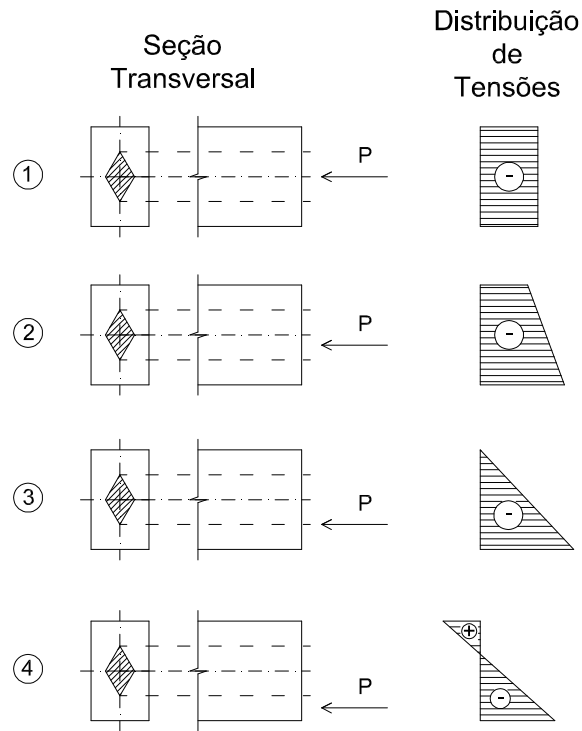


Figura: 5.2 – Viga isostática submetida à protensão excêntrica.

Agora, considere-se a mesma viga sendo solicitada por um carregamento externo uniforme. As tensões normais de compressão e de tração decorrentes da carga uniforme podem ter seus valores aumentados ou diminuídos de acordo com o traçado do cabo adotado, ou seja, neste caso as tensões normais são dependentes das tensões introduzidas na peça pela força de protensão, como pode ser observado na figura a seguir.

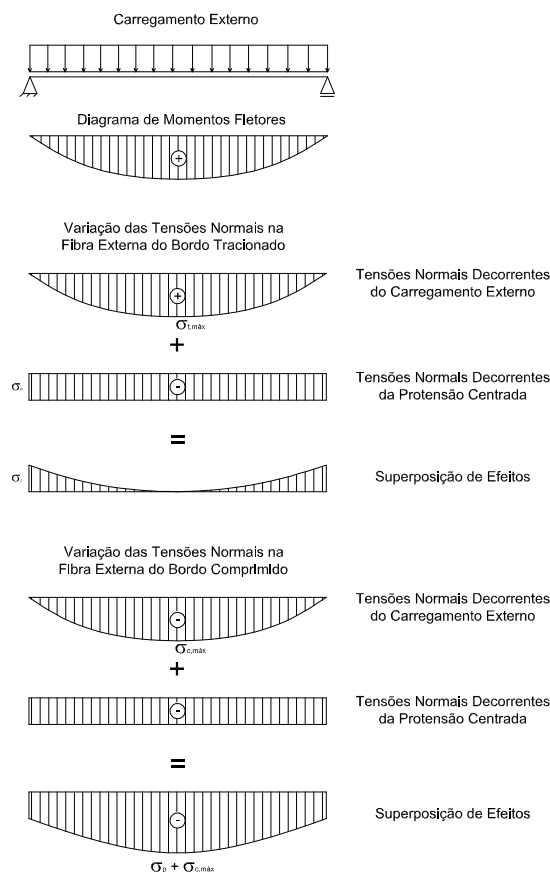


Figura: 5.3 – Viga com carga distribuída e protensão centrada.

Em geral é preferível que os esforços de protensão variem proporcionalmente com os esforços externos. Do ponto de vista do combate à fissuração do concreto, pode ser obtida maior eficiência quando o traçado do cabo acompanhar o diagrama de momentos fletores produzido pelo carregamento externo.

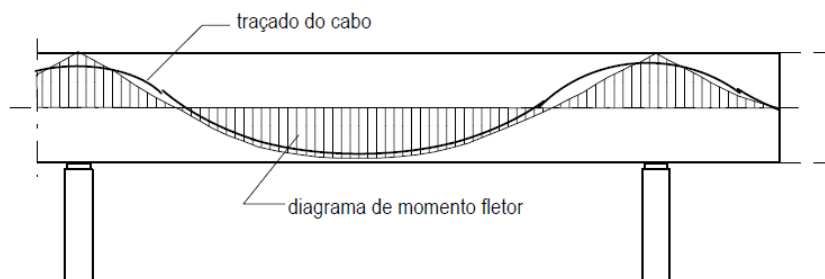


Figura: 5.4 – Diagrama de momentos fletores para viga contínua e traçado do cabo.

Durante a fase de elaboração do traçado do cabo, o projetista responsável deve evitar sempre que possível trabalhar com grandes curvaturas e com um número elevado de curvas, com o objetivo de minimizar as perdas de protensão por atrito. As diversas perdas de protensão serão estudadas adiante.

5.2 Influência do Aspecto Construtivo no Traçado dos Cabos

Alguns aspectos relacionados à geometria da peça e aos processos construtivos podem influenciar no traçado dos cabos.

No caso de peças protendidas com armadura pré-tracionada, o traçado em função do processo construtivo costuma ser trivial, sendo o mais usual o traçado retilíneo ou poligonal.

Para peças protendidas com armadura pós-tracionada em bainhas flexíveis, o traçado dos cabos pode ser a associação de trechos parabólicos com trechos lineares. Em casos de estruturas de grande porte, geralmente há necessidade de emprego de vários cabos para alcançar a força de protensão necessária. Dependendo das dimensões da peça, muitas vezes não há espaço disponível para a colocação das peças de ancoragem de todos os cabos. Com isso, o traçado dos cabos deve ser definido de tal forma que seja possível ancorar alguns cabos na face extrema da viga, enquanto que os demais no bordo superior, inferior ou na lateral da viga dependendo do caso em questão.

A seguir serão apresentadas algumas disposições construtivas a serem respeitadas no projeto de acordo com a NBR 6118:2003.

- Traçado: o traçado dos cabos de protensão pode ser retilíneo, curvilíneo, poligonal ou misto;
- Curvaturas: devem ser respeitados os raios mínimos de curvatura;
- Fixação e posicionamento dos cabos: a posição nominal, definida em projeto, deve ser garantida por dispositivos apropriados, convenientemente posicionados, com tolerâncias muito pequenas;
- Extremidades retas: os cabos devem ter segmentos retos de no mínimo 100cm em suas extremidades;
- Emendas de cabos: são permitidas emendas de cabos, desde que por dispositivos especiais de eficiência consagrada pelo uso ou devidamente comprovada por ensaios conclusivos;
- Espaçamentos mínimos: os elementos da armadura de protensão devem estar suficientemente afastados, de modo a ficarem perfeitamente envolvidos pelo concreto;
- Feixes de cabos na pós-tração: nos trechos retos permitem-se grupos de dois, três e quatro cabos, dispostos em par, triângulo e quadrado. Nos trechos curvos, são permitidos apenas os pares cujas curvaturas estejam em planos paralelos.

6. Solicitações Decorrentes da Protensão

O estudo da força de protensão requer certos cuidados, pois a partir dos valores definidos em projeto é possível pré-determinar quais os esforços e deslocamentos que serão impostos ao elemento estrutural em estudo.

Os esforços solicitantes decorrentes da protensão, para cabos parabólicos, podem ser obtidos de modo similar ao método empregado para se obter os esforços devido a algum tipo de carregamento externo, como por exemplo, carga uniformemente distribuída.

Ao longo do desenvolvimento deste capítulo, serão estudadas as solicitações decorrentes da protensão aplicada a um dado elemento estrutural. Os esforços podem variar dependendo do tipo de estrutura estudada, pois as estruturas podem ser divididas em estruturas isostáticas ou estruturas hiperestáticas.

Os esforços de protensão oriundos de uma estrutura isostática são comumente chamados de isostáticos de protensão.

Em uma estrutura hiperestática aparecem esforços de coação devido ao impedimento da livre deformação da peça sob ação da protensão. Esses esforços são chamados de hiperestáticos de protensão. Os esforços de uma estrutura hiperestática são a soma de duas parcelas: esforços isostáticos e o hiperestático de protensão.

Esses esforços serão abordados nos itens a seguir.

6.1 Carregamento Equivalente

Antes de abordarmos o estudo das solicitações decorrentes da protensão, é necessário apresentarmos o método da carga equivalente, pois se trata de um método que auxiliará também na avaliação do hiperestático de protensão.

O método do carregamento equivalente consiste em se obter o carregamento externo capaz de apresentar os mesmos efeitos impostos a uma dada estrutura pelos cabos de protensão. Com este carregamento é possível determinarmos os esforços de protensão de uma dada estrutura, juntamente com os efeitos de extremidade que serão abordados adiante. Este método pode ser empregado para cabos com traçado parabólico ou poligonal, mas o estudo ficará restrito aos cabos com traçado parabólico de pequena curvatura.

Considere a viga biapoiada submetida à força de protensão P constante, para o cabo simétrico com traçado parabólico $y = ax^2 + bx + c$ (figura 6.1).

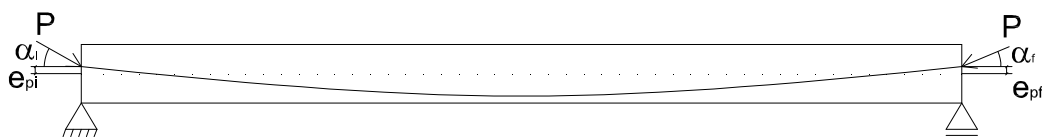


Figura: 6.1 – Viga biapoiada com cabo parabólico simétrico.

A partir de um trecho intermediário de cabo, com pequena curvatura, temos a seguinte configuração:

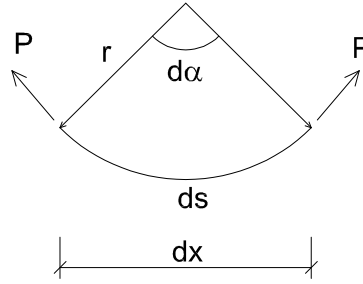


Figura: 6.2a – Aproximação adotada.

$$\cos \alpha \approx 1$$

$$\sin(\alpha) \approx \alpha \approx \tan(\alpha)$$

$$ds \approx dx$$

E com auxílio da equação diferencial da linha elástica temos:

$$\alpha = \frac{dy}{dx} \quad (6-1)$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \ll 1 \quad (6-2)$$

$$r = \frac{(1 + (dy/dx)^2)^{3/2}}{d^2 y / dx^2} \approx \frac{1}{d^2 y / dx^2} \approx \frac{1}{2a} \quad (6-3)$$

Com as considerações e aproximações adotadas, podemos facilmente determinar o valor do carregamento equivalente q_r . A partir da figura 6.2b, podemos concluir que:

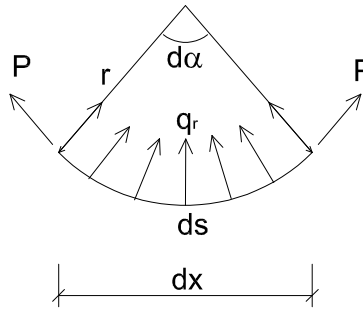


Figura: 6.2b – Aproximação para determinação do carregamento equivalente.

$$q_r ds = 2 P \sin(d\alpha/2) \quad (6-4)$$

$$q_r \approx P d\alpha/ds \quad (6-5)$$

$$\frac{d\alpha}{2} \approx \frac{ds/2}{r} \quad (6-6)$$

Após simples manipulação algébrica obtemos que:

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{r} \quad (6-7)$$

Substituindo (6-7) em (6-5),

$$q_r = \frac{P}{r} = P \frac{2a}{L^2} \quad (6-8)$$

Com a equação (6-8), podemos escrever a carga equivalente em função da flecha f da parábola. Onde:

$$r = \frac{1}{2a} = \frac{L^2}{8f} \quad (6-9)$$

$$q_r = \frac{8Pf}{L^2} \quad (6-10)$$

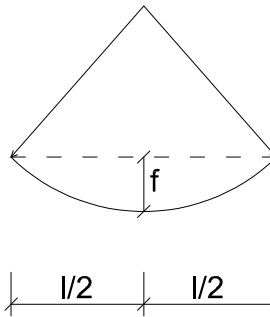


Figura: 6.3a – Cabo com traçado parabólico simétrico.

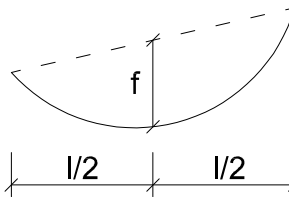


Figura: 6.3b – Cabo com traçado parabólico não - simétrico.

O carregamento equivalente também pode ser determinado para o traçado do cabo composto por várias parábolas.

$$|q_{ri}| = \frac{8Pf_i}{x_i^2} \quad (6-11)$$

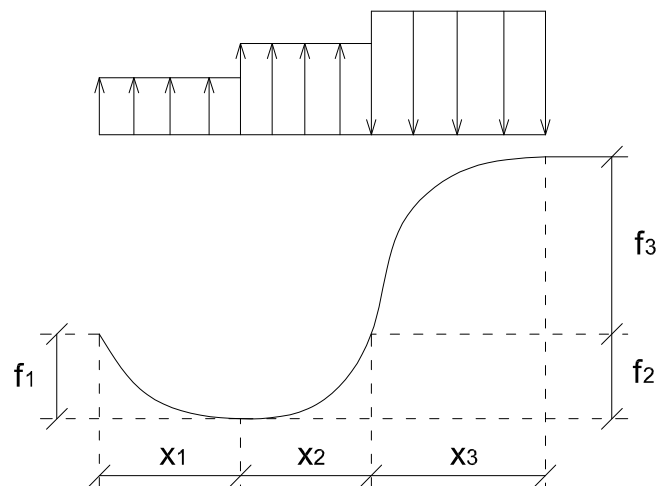


Figura: 6.3c – Cabo com traçado parabólico composto de várias parábolas.

Para viga isostática, com a determinação do carregamento equivalente e ações de extremidade, é possível obter os esforços solicitantes decorrentes da protensão:

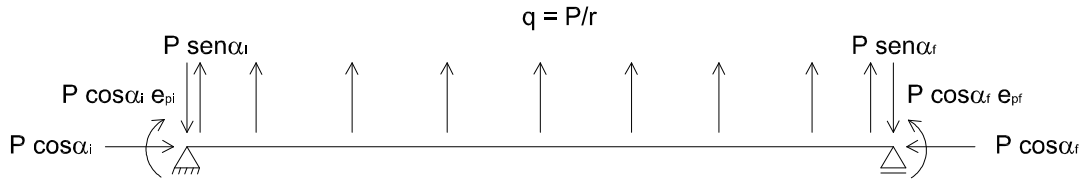


Figura: 6.4 – Ações de extremidade e carregamento equivalente.

$$N(x) = -P \cos(\alpha_i) \quad (6-12)$$

$$V(x) = -P \sin(\alpha_i) + q x \quad (6-13)$$

$$M(x) = P \cos(\alpha_i) e_{pi} - P \sin(\alpha_i) x + qx^2/2 \quad (6-14)$$

O carregamento é auto-equilibrado em uma estrutura isostática.

6.2 Esforços Isostáticos

Uma estrutura isostática é livre para se deformar, assim como no caso de uma estrutura submetida aos efeitos de temperatura, quando solicitada por forças de protensão em quaisquer direções. A estrutura e os cabos de protensão formam um sistema auto-equilibrado e em consequência disto as reações de apoio são nulas.

Com o fato de o sistema ser auto-equilibrado, os esforços internos podem ser facilmente obtidos em função das equações de equilíbrio. Os esforços isostáticos solicitantes ocasionados pela protensão, também podem ser obtidos diretamente da força de protensão, e da excentricidade do cabo e sua inclinação na seção.

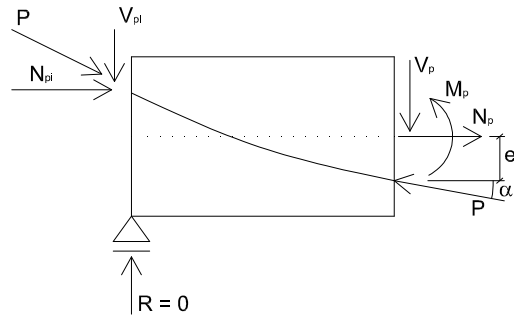


Figura: 6.5 – Viga isostática. Equilíbrio de forças em uma seção S.

As solicitações são obtidas com as equações a seguir:

Esforço normal:

$$N_p = -P \cos(\alpha) \quad (6-15)$$

Esforço cortante:

$$V_p = -P \sin(\alpha) \quad (6-16)$$

Momento fletor:

$$M_p = -P \cos(\alpha) e_p \quad (6-17)$$

6.3 Hiperestático de Protensão

Em estruturas hiperestáticas, os esforços que aparecem decorrentes da restrição à deformação imposta pela protensão por conta de um apoio ou vínculo no ponto onde atuam esse apoio ou vínculo, são considerados como hiperestático de protensão.

Considere a mesma viga isostática do item anterior, com deslocamento como indicado na figura 6.6. Ao adicionarmos um apoio vertical na seção a meio vão da viga, como ilustra a figura 6.7a, há restrição à deformação imposta pela protensão, com o aparecimento da reação vertical R_v no apoio central com sentido oposto à tendência de deslocamento como indicado na figura 6.7b.

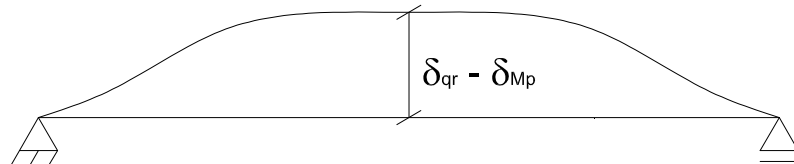


Figura: 6.6 – Deslocamento na viga isostática devido às ações de protensão.

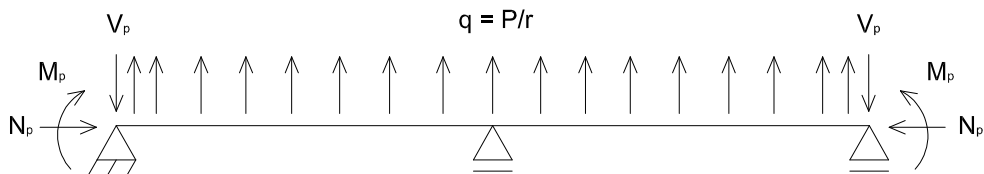


Figura: 6.7a – Viga hiperestática submetida às ações de protensão.

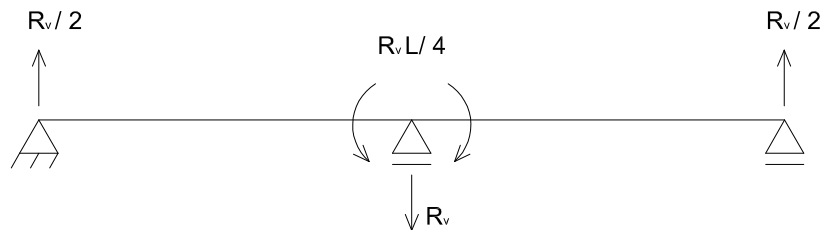


Figura: 6.7b – Reação de apoio central vertical R_v .

Por conta do deslocamento impedido pelo apoio central, figura 6.8, a reação de apoio R_v é obtida a partir da compatibilidade de deslocamentos.

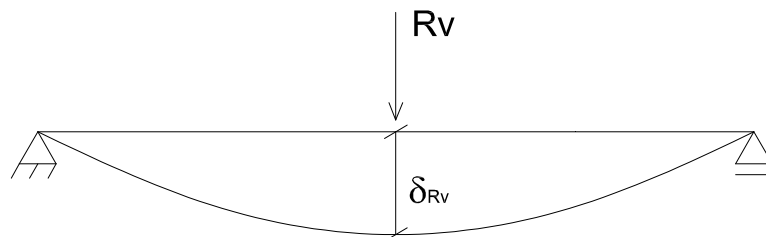


Figura: 6.8 – Deslocamento impedido pelo apoio central.

Onde,

$$\Sigma \delta = 0 \quad (6-18a)$$

$$\delta_{Rv} - \delta_{qr} + \delta_{Mi} = 0 \quad (6-18b)$$

Com isso obtemos:

$$\frac{R_v L^3}{48EI} = \frac{5q_r L^4}{384EI} - \frac{2P \cos(\alpha_i) e_0 L^2}{16EI} \quad (6-19)$$

Após alguma manipulação algébrica, obtemos:

$$R_v = \frac{5q_r L}{8} - \frac{6P \cos(\alpha_i) e_0}{L} \quad (6-20)$$

Os esforços hiperestáticos do exemplo são:

Cortante,

$$V_h(x) = \frac{R_v}{2} \quad (6-21)$$

Momento,

$$M_h(x) = \frac{R_v x}{2} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (6-22a)$$

$$M_h(x) = \frac{R_v (L - x)}{2} \quad \frac{L}{2} \leq x \leq L \quad (6-22b)$$

Os esforços finais de protensão são obtidos, através da superposição de efeitos dos esforços isostáticos com os esforços hiperestáticos:

$$V_p = V_i + V_h \quad (6-23)$$

$$M_p = M_i + M_h \quad (6-24)$$

Os esforços finais também podem ser obtidos através da análise da viga hiperestática submetida às ações de protensão:

$$V_h = V_p - V_i \quad (6-25)$$

$$M_h = M_p - M_i \quad (6-26)$$

7. Avaliação da Força de Protensão

Neste capítulo abordaremos a forma como pode ser determinada a força de protensão inicial, que é aplicada através do macaco hidráulico no instante do estiramento da armadura ativa, e também o estudo das diversas perdas de protensão que ocorrem imediatamente após o ato de protensão, ditas perdas imediatas, e ao longo do tempo, ditas perdas lentas ou perdas diferidas.

Todos os valores listados estão de acordo com a NBR 6118:2003, e para maiores esclarecimentos em caso de dúvida é recomendado e aconselhável que a mesma seja consultada. Alguns itens deste capítulo serão transcritos a partir da NBR 6118:2003.

7.1 Força de Protensão Inicial

7.1.1 Força Média de Protensão (Item 9.6.1.1)

Segundo a NBR 6118 a força média na armadura de protensão na abscissa x e no instante t é dada pelas seguintes expressões:

$$P_t(x) = P_0(x) - \Delta P_t(x) \quad (7-1a)$$

$$P_t(x) = P_i - \Delta P_0(x) - \Delta P_t(x) \quad (7-1b)$$

Onde,

$P_t(x)$ = Força na armadura de protensão, no tempo t , na seção de abscissa x ;

$\Delta P_t(x)$ = Perda de protensão na seção de abscissa x , no tempo t ;

$P_0(x)$ = Força de protensão na armadura no tempo $t = 0$, na seção de abscissa x ;

$\Delta P_0(x)$ = Perda imediata de protensão, no tempo $t = 0$, na seção de abscissa x ;

P_i = Força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração.

7.1.2 Valores Limites da Força na Armadura de Protensão (Item 9.6.1.2)

Durante as operações de protensão, a força de tração na armadura não deve superar os valores decorrentes da limitação das tensões no aço correspondentes a essa situação transitória, como definido a seguir.

Para o caso de limites por ocasião da operação de protensão:

A armadura pós – tracionada na saída do aparelho de tração deve respeitar os seguintes limites de tensão σ_{Pi} no instante da aplicação da força P_i :

$$\text{Aços da classe de relaxação normal} \left\{ \begin{array}{l} 0,74 f_{ptk} \\ 0,87 f_{pyk} \end{array} \right.$$

$$\text{Aços da classe de relaxação baixa} \left\{ \begin{array}{l} 0,74 f_{ptk} \\ 0,82 f_{pyk} \end{array} \right.$$

Para o caso de aços CP-85/105, fornecidos em barras, os limites são:
$$\begin{cases} 0,72 f_{ptk} & \text{(RN)} \\ 0,88 f_{pyk} & \text{(RB)} \end{cases}$$

Para o caso de limites ao término da operação de protensão:

A tensão $\sigma_{p0}(x)$ na amadura decorrente da força $P_0(x)$, não deve superar os limites estabelecidos para o caso anterior de armadura pós – tracionada.

7.1.3 Valores Representativos da Força de Protensão (Item 9.6.3.1)

Para o caso de obras em geral, o valor característico $P_{k,t}(x)$ da força de protensão pode ser considerada igual ao valor médio, exceto nos casos onde a perda máxima $[\Delta P_0(x) + \Delta P_t(x)]_{\max}$ exceder em 35% o valor de P_i . Para esses casos e em obras especiais que devam seguir normas específicas, onde considere o valor característico superior e inferior da força de protensão, os seguintes valores devem ser adotados:

$$[P_{k,t}(x)]_{\sup} = 1,05 P_t(x) \quad (7-2a)$$

$$[P_{k,t}(x)]_{\inf} = 0,95 P_t(x) \quad (7-2b)$$

7.1.4 Valores de Cálculo da Força de Protensão (Item 9.1.6.4)

Os valores de cálculo da força de protensão no instante de tempo t são obtidos pela expressão:

$$P_{d,t}(x) = \gamma_p P_t(x) \quad (7-3)$$

Onde o coeficiente de ponderação γ_p será definido de acordo com a verificação a ser realizada.

7.2 Perdas da Força de Protensão (Item 9.6.3)

Durante o processo de transferência das tensões de protensão da armadura ativa ao concreto, ocorre a diminuição da intensidade da força de protensão. Essa diminuição também é chamada de perda de protensão, e pode se dividir em perdas imediatas e progressivas.

7.2.1 Perdas Imediatas (Item 9.6.3.3)

Para o caso de pós – tração, as perdas imediatas são devidas ao atrito entre as armaduras e as bainhas ou concreto, deslizamento da armadura junto à ancoragem e acomodação dos dispositivos de ancoragem e o encurtamento imediato do concreto.

7.2.1.1 Perdas por Atrito (Item 9.6.3.3.2.2)

Para o caso de protensão com aderência posterior, onde o cabo é tracionado após a concretagem da peça estrutural, o atrito provocado entre o cabo e a bainha causa perda de protensão. Essa perda geralmente ocorre em trechos curvos, por causa das elevadas pressões de contato que aparecem ao longo da trajetória do cabo, mas essa perda também pode acontecer em cabos retilíneos por causa de ondulações parasitas.

Para elementos estruturais com pós – tração, a perda por atrito pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\Delta P(x) = P_i \left[1 - e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)} \right] \quad (7-4)$$

Onde,

$\Sigma \alpha$ = é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x, em radianos;

k = é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na ausência de dados experimentais pode ser adotado o valor $0,01\mu$ (1/m).

μ = é o coeficiente de atrito aparente entre cabo e bainha, podendo assumir os seguintes valores:

$\mu = 0,50$ entre cabo e concreto (sem bainha);

$\mu = 0,30$ entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica;

$\mu = 0,20$ entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;

$\mu = 0,10$ entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;

$\mu = 0,05$ entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada.

A seguir mostra-se diagrama da força de protensão disponível após perda por atrito.

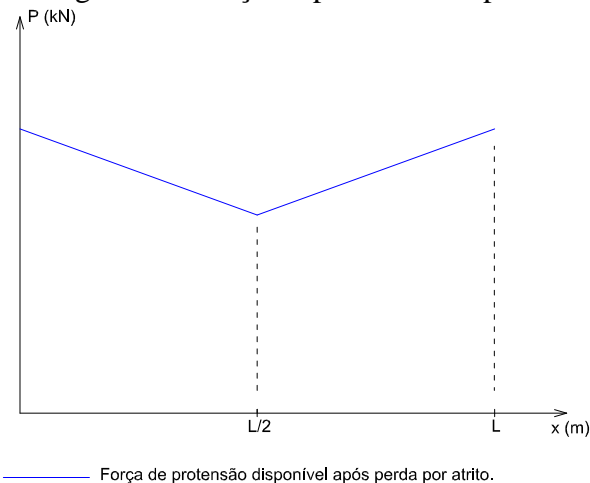


Figura: 7.1 – Diagrama da força de protensão disponível após perda por atrito.

7.2.1.2 Perdas por Deslizamento da Armadura na Ancoragem e Acomodação da Ancoragem (Item 9.6.3.3.2.3)

Esse tipo de perda, como o próprio nome indica ocorre por causa do deslizamento da armadura e acomodação da ancoragem. Considere-se a protensão sendo aplicada em ambas as extremidades da viga com cabo de traçado parabólico. O valor da perda de protensão pode ser obtido igualando-se a área hachurada da figura 7.2a-b ou figura 7.2c com o trabalho realizado pelo recuo da ancoragem.

O trabalho realizado pelo recuo pode ser obtido a partir da seguinte expressão:

$$\Omega = E_p A_p \Delta c \quad (7-5)$$

Onde,

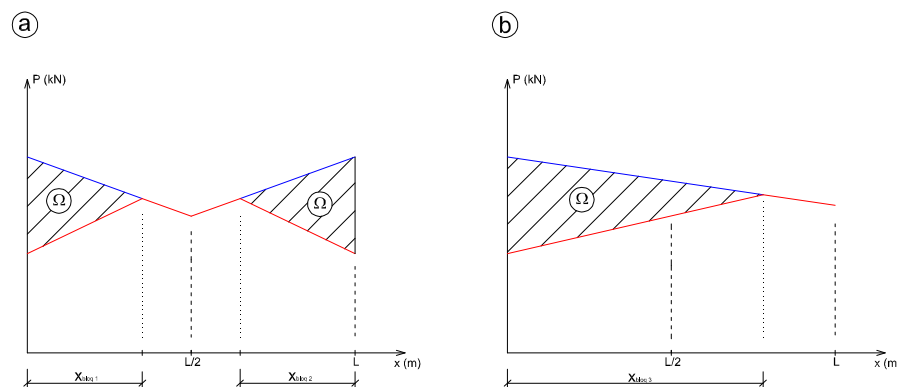
E_p = Módulo de elasticidade do aço para protensão;

A_p = Área de aço da armadura de protensão;

Δc = Recuo do cabo, esse valor é fornecido pelo fabricante do sistema de protensão.

Caso a protensão seja aplicada em apenas uma extremidade, a perda por cravação e acomodação das cunhas pode exceder o ponto médio do vão, como indica a figura 7.2b.

x_{bloq} é chamado ponto de bloqueio: é o ponto a partir do qual cessa a perda de protensão proveniente do deslizamento da armadura na ancoragem e da acomodação da ancoragem.



— Força de Protensão Disponível Após Perda por atrito e Cravação

Figura: 7.2a-b – Trabalho realizado pelo deslizamento da armadura e acomodação da ancoragem – Área triangular.

A reta da força disponível após perdas por atrito e cravação costuma assumir inclinações que variam da ordem de 1 a 2,5 vezes a inclinação da reta da força disponível após perdas por atrito (no sentido negativo).

Há situações em que o ponto de bloqueio da perda por cravação da ancoragem pode alcançar valores superiores à metade do vão, como o caso de vigas com vão pequeno, por exemplo. Para essas situações a área hachurada a ser considerada deve ser trapezoidal, ou seja, sempre que o ponto de bloqueio exceder metade do vão da viga, a área hachurada deverá ser trapezoidal como demonstra a figura 7.2c.

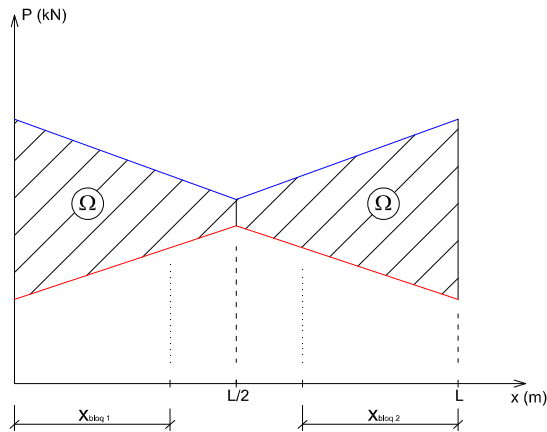


Figura: 7.2c – Trabalho realizado pelo deslizamento da armadura e acomodação da ancoragem – Área trapezoidal.

A reta da força disponível após perda por atrito e cravação que satisfaz à igualdade, retornará o valor da força de protensão disponível em uma dada seção da viga estudada.

Após as considerações adotadas, ficamos com duas equações para a determinação da força de protensão disponível após perda por atrito e cravação.

Na primeira hipótese, para o caso do ponto de bloqueio estar localizado antes ou no ponto médio da viga:

$$\text{Área}_{\text{triangular}} = E_p A_p \Delta c \quad (7-6a)$$

Segunda hipótese, para o caso do ponto de bloqueio estar localizado após o ponto médio da viga:

$$\text{Área}_{\text{trapezoidal}} = E_p A_p \Delta c \quad (7-6b)$$

7.2.1.3 Encurtamento Imediato do Concreto (Item 9.6.3.3.2.1)

A perda por encurtamento imediato do concreto está associada ao instante em que o dispositivo de ancoragem é liberado, e a tensão de protensão passa a ser transferida ao concreto, e com isso o concreto se deforma.

De acordo com a NBR 6118:2003, em elementos estruturais com pós – tração, a protensão sucessiva de n cabos ocasiona deformação imediata do concreto e afrouxamento dos cabos protendidos anteriormente. A perda média de protensão, por cabo, pode ser calculada através da expressão:

$$\Delta \sigma_p = \frac{\alpha_p (\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n-1)}{2n} \quad (7-7)$$

Onde,

α_p = Relação entre o módulo de elasticidade do aço para protensão e do concreto na ocasião da protensão;

σ_{cp} = Tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de n cabos;

σ_{cg} = Tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão.

7.2.2 Perdas Progressivas (Item 9.6.3.4)

As perdas progressivas, ou diferidas, são perdas que ocorrem ao longo do tempo. Essas perdas podem ocorrer por retração e fluência do concreto e relaxação do aço de protensão da armadura.

A retração e a fluência estão relacionadas às deformações intrínsecas do concreto. A deformação por retração está diretamente relacionada à secagem do concreto, fenômeno esse que resulta em encurtamentos do concreto ao longo do tempo, enquanto que a fluência ocorre nas peças submetidas a carregamentos de longa duração, causando deformação elástica e plástica à peça.

A relaxação do aço é a diminuição de tensão no aço, que ocorre quando a armadura é mantida sob deformação constante.

7.2.2.1 Perdas por Fluência e Retração do Concreto e Relaxação do Aço

As perdas das parcelas relativas à retração e à fluência do concreto podem ser obtidas a partir das deformações do concreto para cada caso. De posse das deformações supondo regime linear elástico, basta empregar a lei de Hooke, tendo em vista que para as perdas progressivas a armadura ativa aderente e concreto trabalham em conjunto, ou seja, a deformação decorrente da retração ou fluência do concreto será a mesma deformação que a armadura estará submetida.

A equação da lei de Hooke pode ser obtida da seguinte relação:

$$\sigma_p(x) = E_p \epsilon(x) \quad (7-8)$$

As deformações decorrentes da retração e fluência do concreto podem ser obtidas a partir do Anexo A da NBR 6118:2003, e o coeficiente de relaxação do aço a partir dos itens 8.4.8 e 9.6.3.4.5 da NBR 6118:2003.

A deformação por retração é obtida a partir da seguinte equação:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (7-9)$$

Onde:

$\epsilon_{cs}(t, t_0)$ = Deformação por retração do concreto entre os instantes t_0 e t ;

$\epsilon_{cs\infty}$ = Valor final da retração;

$\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ = Coeficiente relativo à retração nos instantes t ou t_0 .

A deformação por fluência é obtida a partir de uma das seguintes equações:

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccd} + \epsilon_{ccf} \quad (7-10a)$$

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \phi(t, t_0) \quad (7-10b)$$

Onde:

$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ = Deformação por fluência do concreto nos instantes t_0 e t ;
 ε_{cca} = Deformação rápida por fluência;
 ε_{ccd} = Deformação lenta reversível;
 ε_{ccf} = Deformação lenta irreversível;
 E_{c28} = Módulo de elasticidade em 28 dias;
 $\varphi(t, t_0)$ = Coeficiente de fluência.

E a perda de tensão por relaxação pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (7-11)$$

Onde:

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$ = É a perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado;

$\psi(t, t_0)$ = Coeficiente de relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0 .

A NBR 6118:2003 permite o cálculo das perdas progressivas através de processos simplificados ou aproximados. Serão estes os itens abordados em termos qualitativos e quantitativos.

Para a utilização destes processos é admitido que haja perfeita aderência entre a armadura e o concreto, e que a peça permaneça no estágio I.

7.2.2.2 Processo Simplificado da NBR 6118 para o Caso de Fases Únicas de Operação (Item 9.6.3.4.2)

Esse processo é aceitável sempre que as seguintes condições forem satisfeitas:

- a) Concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;
- b) Os cabos possuam entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das áreas das seções dos cabos componentes, situado na posição da resultante dos esforços neles atuantes (cabo resultante).

Para os casos acima relatados, é admitido que no tempo t as perdas e deformações progressivas do concreto e do aço de protensão, na posição do cabo resultante, com as tensões no aço σ_{p0} positivas para tração, sejam dadas por:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p \sigma_{c,p0g} \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p} \quad (7-12)$$

Onde:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (7-13a)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5\phi(t, t_0) \quad (7-13b)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \quad (7-13c)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \quad (7-13d)$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \quad (7-13e)$$

Onde,

$\sigma_{c,p0g}$ = Tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 , sendo positiva se de compressão;

$\chi(t, t_0)$ = Coeficiente de fluência do aço;

$\epsilon_{cs}(t, t_0)$ = A retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0 ;

$\Delta\sigma_c(t, t_0)$ = Variação da tensão do concreto adjacente ao cabo resultante entre t_0 e t ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$ = Variação da tensão no aço de protensão entre t_0 e t ;

ρ_p = Taxa geométrica da armadura de protensão;

e_p = Excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro do concreto da seção de concreto;

A_p = Área da seção transversal do cabo resultante;

A_c = Área da seção transversal de concreto;

I_c = Momento central de inércia na seção de concreto.

7.2.2.3 Processo Aproximado da NBR 6118 (Item 9.6.3.4.3)

O processo simplificado pode ser substituído pelo processo aproximado, desde que seja cumprido o estabelecido para o processo simplificado, e a retração não pode diferir em mais de 25% do valor $[-8 \times 10^{-5}\phi(t_\infty, t_0)]$.

O valor absoluto da perda de tensão devida à fluência, retração e relaxação, com $\sigma_{c,p0g}$ em megapascal e considerado positivo se de compressão, é dado por:

a) para aços de relaxação normal (RN) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 18,1 + \frac{\alpha_p}{47} [\phi(t_\infty, t_0)]^{1,57} (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (7-14a)$$

b) para aços de relaxação baixa (RB) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 7,4 + \frac{\alpha_p}{18,7} [\phi(t_\infty, t_0)]^{1,07} (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (7-14b)$$

Onde:

σ_{p0} = Tensão na armadura de protensão devida exclusivamente à força de protensão, no instante t_0 .

8. Avaliação do Alongamento

A avaliação do alongamento do cabo de protensão constitui uma das etapas mais importantes do projeto de uma estrutura protendida, pois é a partir deste valor que se tem noção se a força de protensão gerada pelo macaco hidráulico foi realmente aplicada de forma adequada ao cabo. De posse do valor teórico do alongamento do cabo, o engenheiro responsável pela execução está apto a comparar o alongamento efetivo com o alongamento teórico a fim de avaliar a operação de protensão. Com o valor do alongamento efetivo do cabo é possível ter maior controle de execução, por ele informar se houve alguma anormalidade durante a execução, ou seja, se a força de protensão definida em projeto está sendo realmente aplicada ao elemento estrutural de forma a garantir a protensão do elemento.

O alongamento dos cabos de protensão pode ser calculado de forma aproximada a partir da lei de Hooke (7-8), desde que as tensões às quais os cabos estão sendo submetidos estejam abaixo do limite de proporcionalidade do aço para protensão.

A deformação específica do cabo pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$\delta = \int_{si}^{sf} \epsilon_s ds \quad (8-1a)$$

Onde, sf e si definem o intervalo do cabo a ser analisado.

Substituindo (8-1a) em (7-8), obtemos o alongamento em função da tensão média na armadura:

$$\delta = \int_{si}^{sf} \frac{\sigma_{p0}^m}{E_p} ds \quad (8-1b)$$

Ou se preferirmos podemos escrever em função da força de protensão:

$$\delta = \int_{si}^{sf} \frac{P_0^m}{E_p A_p} ds \quad (8-1c)$$

Onde,

σ_{p0}^m = Tensão média na armadura de protensão, já descontadas as perdas imediatas;

P_0 = Força média de protensão, já descontadas as perdas imediatas;

L = Comprimento total do cabo.

É importante ressaltar que caso a protensão seja aplicada em ambas as extremidades do cabo, o alongamento total será a soma dos alongamentos contados a partir da seção central para o caso de cabo com traçado simétrico.

9. Verificações nos Estados Limites

Neste capítulo são apresentadas as diversas verificações que devem ser efetuadas para um elemento estrutural. Essas verificações serão avaliadas nos estados limites últimos e nos estados limites de serviço. Faz-se necessário conhecer as diversas combinações que serão empregadas nas verificações dos estados limites.

Todas as combinações abordadas estão em conformidade com a norma técnica NBR 6118:2003 - Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

A seguir serão apresentados os estados limites com suas respectivas combinações e verificações.

9.1 Estados Limites Últimos (ELU)

9.1.1 Combinações

Antes de apresentarmos os coeficientes de ponderação e os fatores de combinação e redução, é necessário apresentar as expressões para as combinações das expressões que serão aplicadas.

A combinação no estado limite último pode ser denominada normal, especial ou construção e excepcional.

A seguir serão apresentadas as combinações empregadas,

Tabela 9.1a – Combinações no ELU, Tabela 11.3 da NBR 6118:2003.
Combinações últimas

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ¹⁾	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eq} F_{eqk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oi} F_{qik}) + \gamma_{eq} \psi_{oe} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores P_{kmax} e P_{kmin} para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,min}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{oi} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ²⁾		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eq} F_{eqk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oi} F_{qik}) + \gamma_{eq} \psi_{oe} F_{eqk}$
Excepcionais ²⁾		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eq} F_{eqk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{oi} F_{qik} + \gamma_{eq} \psi_{oe} F_{eqk}$

Tabela 9.1b – Descrição das combinações no ELU, Tabela 11.3 da NBR 6118:2003.

Onde:

F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;

F_{gk} representa as ações permanentes diretas;

F_{gk} representa as ações indiretas permanentes como a retração F_{egk} e variáveis como a temperatura F_{tgk} ;

F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal;

$\gamma_g, \gamma_{eg}, \gamma_q, \gamma_{eq}$ – ver tabela 11.1;

ψ_{0j}, ψ_{0e} – ver tabela 11.2;

F_{ed} representa as ações estabilizantes;

F_{nd} representa as ações não estabilizantes;

G_{ek} é o valor característico da ação permanente estabilizante;

R_d é o esforço resistente considerado como estabilizante, quando houver;

G_{nk} é o valor característico da ação permanente instabilizante;

$Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{0j} Q_{jk}$;

Q_{1k} é o valor característico das ações variáveis instabilizantes;

Q_{1k} é o valor característico da ação variável instabilizante considerada como principal;

ψ_{0j} e Q_{jk} são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido;

$Q_{s,min}$ é o valor característico mínimo da ação variável estabilizante que acompanha obrigatoriamente uma ação variável instabilizante.

¹⁾ No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de $\gamma_g = 1,0$. No caso de estruturas usuais de edifícios essas combinações que consideram γ_g reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.

²⁾ Quando F_{g1k} ou F_{g1exc} atuarem em tempo muito pequeno ou tiverem probabilidade de ocorrência muito baixa ψ_{0j} , pode ser substituído por ψ_2 .

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk} \quad (9-1)$$

A seguir os coeficientes de ponderação e os fatores de combinação e redução:

Tabela 9.2 – Coeficientes de ponderação das ações no ELU, Tabela 11.1 da NBR 6118:2003.

Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ¹⁾	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:

D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

¹⁾ Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Tabela 9.3 – Fatores de combinação e redução das ações no ELU, Tabela 11.2 da NBR 6118:2003.

Valores do coeficiente γ_{f2}

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1 ¹⁾	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

¹⁾ Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23.

²⁾ Edifícios residenciais.

³⁾ Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

9.1.2 Verificações

As seções do elemento estrutural devem ser verificadas quanto à resistência estrutural de modo que cada seção transversal do elemento, composta por concreto, armadura ativa e passiva, garantam a segurança do elemento estrutural à ruína.

9.1.2.1 Estado Limite Último de Solicitações Normais

Para este estado limite último os cálculos são basicamente os mesmos empregados em elementos de concreto armado, mas com as seguintes observações:

- Na verificação devem ser considerados, além dos efeitos de outras ações, apenas os esforços solicitantes hiperestáticos de protensão. Os isostáticos de protensão não devem ser incluídos;
- A consideração das armaduras ativas nos esforços resistentes deve ser feita a partir dos diagramas tensão-deformação especificados na figura 9.1 e da consideração dos pré-alongamentos das mesmas;
- Os pré-alongamentos devem ser calculados com base nas tensões iniciais de protensão com valores de cálculo e com a consideração de perdas na idade t em exame.

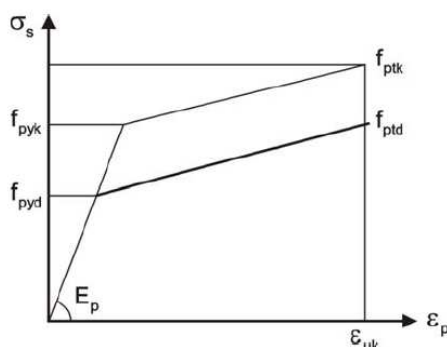


Figura 9.1 – Diagrama tensão x deformação

O pré-alongamento pode ser obtido a partir do estado convencional de neutralização.

O estado convencional de neutralização é obtido a partir da situação em que existem apenas os esforços devidos à protensão, acrescentando-se solicitações adequadas que tornem nulas as tensões no concreto em toda a seção transversal considerada.

A deformação causada na armadura ativa pela força externa aplicada, que é capaz de anular as tensões normais na seção transversal é considerada como pré-alongamento da armadura.

Segundo a NBR 7197:1989 para os casos em que a solicitação normal devida ao peso próprio e as outras ações mobilizadas pela protensão forem inferiores a 90% da solicitação total em serviço admitida no projeto, a deformação da armadura no estado limite convencional de neutralização pode ser calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$\varepsilon_{pt}(x) = \frac{Pn(x)}{E_p A_p} + \frac{|\sigma_{cp0}|}{E_{cs}} \quad (9-2)$$

Onde,

$Pn(x)$ é o valor da força de protensão no instante t_o ;

σ_{cp0} é a tensão no concreto ao nível do da armadura ativa devido à protensão.

A deformação total da armadura ativa é obtida a partir da soma das parcelas do pré-alongamento e da configuração $\epsilon \in$ aos domínios no ELU.

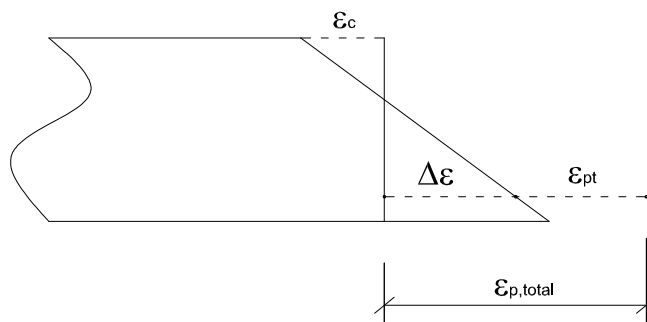


Figura 9.2 – Deformação total na armadura ativa.

Onde,

$\Delta\epsilon$ = Deformação da armadura ativa no ELU;

$\epsilon_{p,total}$ = Deformação total da armadura ativa.

$$\epsilon_{p,total} = \Delta\epsilon + \epsilon_{pt} \quad (9-3)$$

Para cabos localizados na zona comprimida do elemento estrutural, é permitida a consideração dos efeitos provenientes de cabos localizados no banzo comprimido da peça por meio da assimilação das correspondentes componentes normais das forças de protensão em conjunto com as forças externas aplicadas à seção resistente, com coeficiente de ponderação igual 1,2 para efeitos desfavoráveis e 0,9 para efeitos favoráveis.

9.1.2.1.1 Estado Limite Último de Ruptura no Ato da Protensão (Item 17.2.4.3)

A segurança em relação à ruptura no ato da protensão é verificada de acordo com a NBR 6118:2003 em relação ao estado limite último de ruptura, respeitadas as seguintes hipóteses suplementares:

- É considerada como resistência característica do concreto f_{ckj} aquela que corresponde à idade fictícia de j , no ato da protensão, devendo estar claramente especificada no projeto;

- Para esta verificação, são admitidos os seguintes valores para os coeficientes de ponderação, com as cargas que efetivamente atuarem nesta ocasião:

$$\gamma_c = 1,2;$$

$$\gamma_s = 1,15;$$

$$\gamma_p = 1,0 \text{ na pré-tração};$$

$$\gamma_p = 1,1 \text{ na pós-tração};$$

$$\gamma_f = 1,0 \text{ para as ações desfavoráveis};$$

$$\gamma_f = 0,9 \text{ para as ações favoráveis}.$$

É permitida a verificação simplificada para ELU no ato da protensão, desde que seja admitido que a segurança seja verificada no estágio I, sempre que as seguintes condições forem satisfeitas:

- A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de $\gamma_p = 1,1$ e $\gamma_f = 1,0$ não deve ultrapassar 70% da resistência característica f_{ckj} prevista para a idade de aplicação da protensão;
- A tensão máxima de tração no concreto não deve ultrapassar 1,2 vezes a resistência à tração f_{ctm} correspondente ao valor f_{ckj} especificado;
- Sempre que nas seções transversais houver tensões de tração, deve ser prevista armadura de tração calculada no estágio II. Para efeito de cálculo, nessa fase da construção a força nesta armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. Essa força não deve provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a 150MPa no caso de fios ou barras lisas e a 250MPa em barras nervuradas.

9.1.2.1.2 Estado Limite Último de Solicitação Tangencial (Item 17.4.2)

Forças cortantes:

As prescrições gerais da NBR 6118:2003 são aplicáveis, com as seguintes restrições:

Para a situação em que a alma da peça submetida ao cisalhamento tiver bainhas injetadas com diâmetro $\phi > b_w/8$, a largura resistente a considerar deve ser $b_w - \Sigma\phi/2$, na posição em que essa diferença é mais desfavorável, à exceção do nível que define o banzo tracionado da viga;

O efeito da componente normal da força de protensão é equiparado ao de uma força normal externa de compressão, com igual intensidade. A determinação da influência dessa força é dada pelo fator

$$\left(1 + \frac{M_0}{M_{sd, \max}} \right) < 2$$

definido pela NBR 6118:2003 para o cálculo da armadura transversal necessária à resistência aos esforços oriundos do esforço cortante. Onde,

M_0 = Valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{d, \max}$), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{sd} , sendo essa tensão calculada com valores de γ_f e γ_p iguais a 1,0 e 0,9 respectivamente; os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados em M_{sd} ; devem ser considerados apenas os momentos isostáticos de protensão;

$M_{sd, \max}$ = Momento fletor de cálculo, máximo no trecho em análise, que pode ser tomado como o de maior valor no semitramo considerado (para esse cálculo não se consideram os momentos isostáticos de protensão, apenas os isostáticos).

9.2 Estados Limites de Serviço (ELS)

9.2.1 Combinações

As combinações de serviço podem ser classificadas de acordo com sua permanência e devem ser verificadas como será estabelecido a seguir:

- Combinações Quase Permanentes (CQP): atuam durante grande parte do período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformação excessiva;

- Combinações Frequentes (CF): Se repetem muitas vezes ao longo da vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações;

- Combinações Raras (CR): Ocorrem algumas vezes durante o período da vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras.

As combinações para os casos descritos são obtidas a partir da tabela 8.5:

Tabela 9.4 – Descrição das combinações no ELS, Tabela 11.4 da NBR 6118:2003.
Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$
Onde: $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS; ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Para CQP:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qj,k} \quad (9-4a)$$

Para CF:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk} \quad (9-4b)$$

Para CR:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk} \quad (9-4c)$$

Os coeficientes de ponderação das ações para os estados limites de serviço são dados pela expressão:

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (9-5)$$

Onde,

γ_{f2} tem valor variável conforme a verificação que se deseja fazer:

$\gamma_{f2} = 1$ para combinações raras;

$\gamma_{f2} = \psi_1$ para combinações freqüentes;

$\gamma_{f2} = \psi_2$ para combinações quase permanentes.

9.2.2 Verificações

As verificações em serviço estão atreladas ao nível de protensão aplicado ao elemento estrutural, que por sua vez depende da classe de agressividade do ambiente em questão.

As tabelas a seguir relacionam a classe de agressividade ambiental com o nível de protensão aplicado.

Tabela 9.5 – Classe de agressividade ambiental, Tabela 6.1 da NBR 6118:2003.

Classes de agressividade ambiental			
Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1), 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1), 2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1), 3)}	Elevado
		Respingos de maré	

¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Tabela 9.6 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura - Tabela 13.3 da NBR 6118:2003.

Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	--
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D ¹⁾	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ¹⁾	Combinação freqüente

¹⁾ A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 25$ mm (figura 3.1).

NOTAS

1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

As verificações em serviço avaliam as tensões elásticas na seção transversal, considerando ELS – D (descompressão) e ELS – F (formação de fissuras) para elementos com protensão completa ou limitada, e ELS – W (abertura de fissuras) para elementos com protensão parcial. Para ambos os casos é necessário verificar ELS – DEF (deformação).

10. Aspectos da Modelagem de Cabos de Protensão com Auxílio do Programa SAP

Este item tem por objetivo apresentar os procedimentos necessários, para modelagem de cabos de protensão com auxílio do programa de análise por elementos finitos SAP2000 v.11. Apesar do SAP2000 oferecer o módulo de verificação dos estados limites, este aspecto não será abordado.

Para melhor entendimento dos procedimentos empregados na modelagem, será adotado o uso de figuras ilustrativas.

Antes de modelar os cabos, é necessário modelar o elemento linear que receberá os cabos de protensão. Selecionar o modelo de viga contínua e definir número de vãos, comprimento de cada vão, condições de apoio, propriedades mecânicas das seções transversais e materiais. Após a conclusão destas etapas, podemos começar a modelagem dos cabos.

Primeiro passo: Definição do material utilizado.

Define > Materials > Add New Material

Figura 10.1 – Definição do material.

- 1 = Nome do material adotado;
- 2 = Atribuição de cor ao tipo de material;
- 3 = Atribuição do tipo de material;
- 4 = Peso específico do material;
- 5 = Sistema de unidade utilizado;
- 6 = Módulo de elasticidade;
- 7 = Coeficiente de Poisson;
- 8 = Coeficiente de dilatação térmica.

Segundo passo: Definição do cabo a ser empregado.

Define > Tendon Sections > Add New Section

The image shows a software dialog box titled "Tendon Section Data". It contains several sections for defining a tendon section:

- Tendon Section Name:** A text field containing "TEN1" (labeled 1).
- Section Notes:** A text area with a "Modify/Show..." button.
- Tendon Modeling Options For Analysis Model:** Two radio buttons: "Model Tendon as Loads" (selected, labeled 2) and "Model Tendon as Elements" (labeled 3).
- Tendon Parameters:**
 - Prestress Type:** A dropdown menu set to "Prestress".
 - Material Property:** A dropdown menu showing a "+" icon and "A416Gr270" (labeled 4).
- Tendon Properties:**
 - Specify Tendon Diameter:** A radio button and a text field with "0,0844" (labeled 5).
 - Specify Tendon Area:** A radio button (selected, labeled 6) and a text field with "5,600E-03".
 - Torsional Constant:** A text field with "4,991E-06".
 - Moment of Inertia:** A text field with "2,496E-06".
 - Shear Area:** A text field with "5,040E-03".
- Units:** A dropdown menu set to "KN, m, C".
- Display Color:** A color selection area showing a yellow square (labeled 7).
- Buttons:** "OK" and "Cancel" buttons at the bottom.

Figura 10.2 – Definição do cabo.

- 1 = Nome da seção;
- 2 = Modelagem do cabo como carregamento;
- 3 = Modelagem do cabo como elemento;
- 4 = Atribuição do material definido;
- 5 = Determinação das propriedades do cabo a partir do diâmetro;
- 6 = Determinação das propriedades do cabo a partir da área;
- 7 = Atribuição de cor ao cabo.

Terceiro passo: Definição do carregamento para protensão.

Define > Load Cases > Add New Section

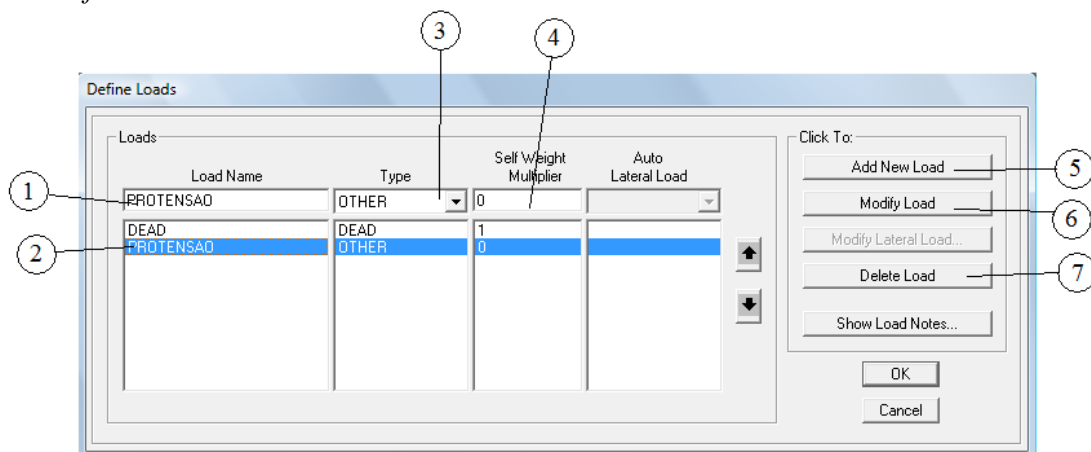


Figura 10.3 – Definição do carregamento.

- 1 = Nome do carregamento;
- 2 = Carregamento existente com nome definido;
- 3 = Tipo de carregamento;
- 4 = Fator multiplicativo do peso próprio;
- 5 = Adicionar novo carregamento;
- 6 = Modificar carregamento;
- 7 = Apagar carregamento.

Quarto passo: Definição do traçado do cabo, dos trechos que possuem cabos e da ação de protensão. Esta etapa possibilita que o cabo de protensão seja descontínuo, ou seja, aplicado em apenas alguns trechos da peça.

Draw > Draw Frame/Cable/Tendon

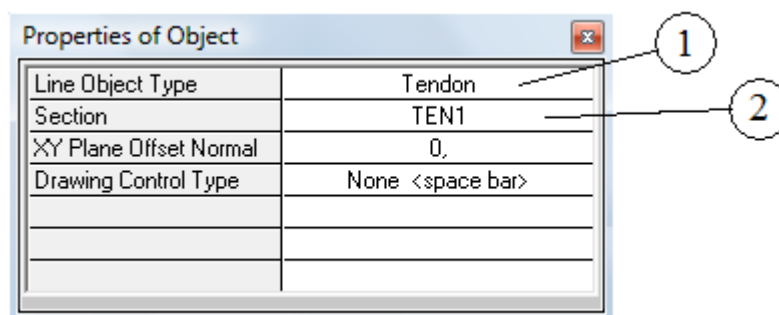


Figura 10.4 – Definição dos trechos com protensão.

Definição dos trechos com protensão:

- 1 = Tipo de elemento a ser modelado;
- 2 = Seção do cabo.

Após a escolha do tipo e seção, é preciso clicar em dois pontos extremos da viga que definirão o trecho de aplicação da protensão. Para aplicar novamente a protensão em um segundo trecho, basta repetir o processo anterior.

Com a definição do trecho, a janela a seguir será aberta. Nela será determinado o traçado do cabo e a força ou tensão de protensão com suas respectivas perdas.

Definição do traçado e da ação de protensão:

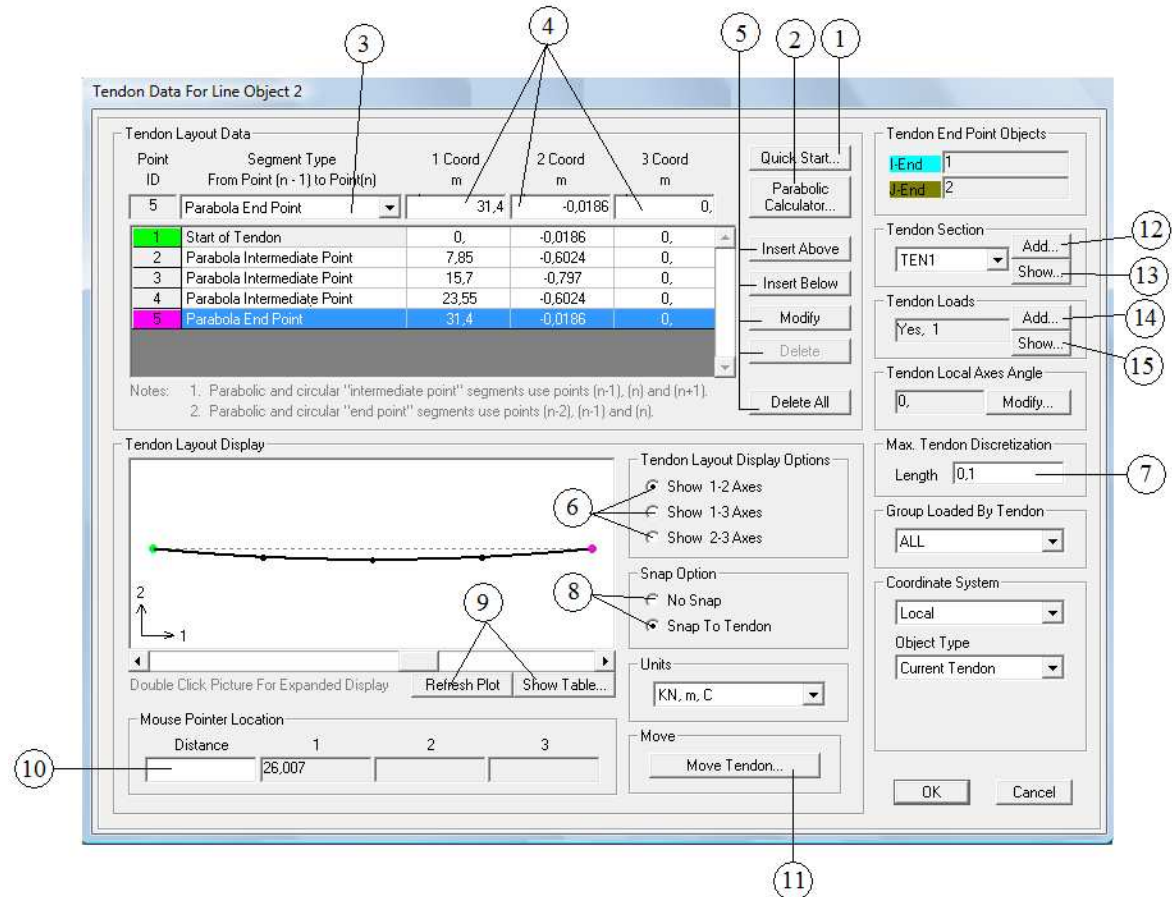


Figura 10.5 – Características do traçado e da ação de protensão.

1 = O botão *Quick Start* abre a janela ilustrada na figura 10.6, que permite a escolha do tipo de traçado (1A), da quantidade de vãos (1B) e do plano do traçado (1C).

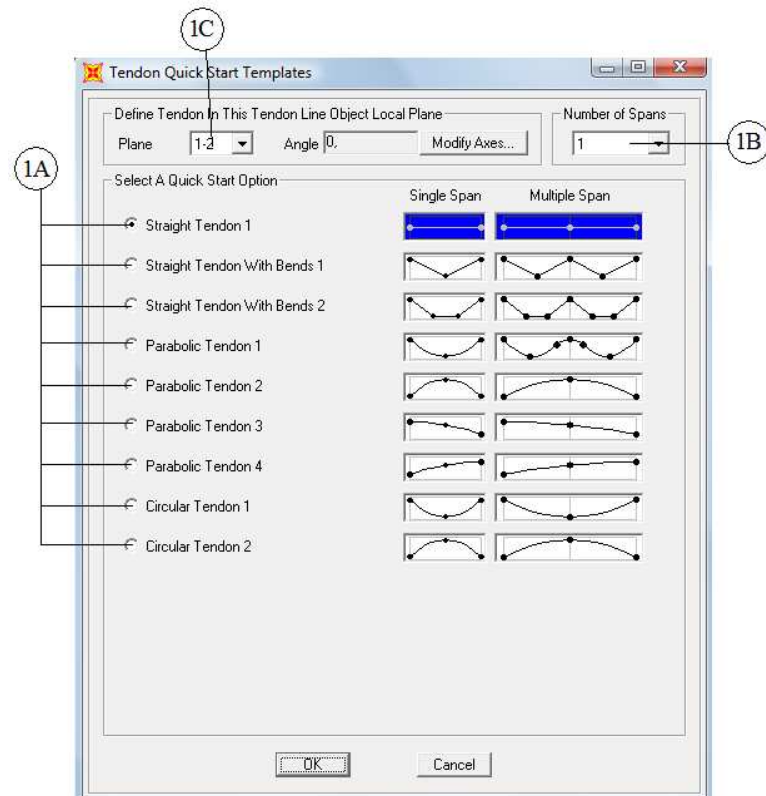


Figura 10.6 – Traçado do cabo de acordo com a quantidade de vãos.

2 = Após a conclusão das definições em *Quick Start*, o programa direciona para esta janela (*Parabolic Calculator*). Aqui é possível definir o número de pontos que serão utilizados na descrição do traçado do cabo (2A), e atribuir valores para as coordenadas (2B) e inclinações (2C) desejáveis no plano selecionado (2D) como indica a figura 10.7. É importante lembrar que excentricidade e/ou inclinação do cabo em um ponto, pode ser imposta ou calculada pelo programa;

Point	Coord 1	Coord 2 Type	Coord 2	Slope Type	Slope
1	0	Specified	0,3048	Prog Calc	-0,0777
2	15,7	Specified	-0,3048	Prog Calc	8,457E-18
3	31,4	Specified	0,3048	Prog Calc	0,0777

Figura 10.7 – Coordenadas e inclinações dos pontos.

3 = Permite alterar localmente o traçado definido em (2) em relação ao tipo de segmento entre dois pontos consecutivos. Neste item é possível definir se o trecho deve ser a continuidade de uma parábola, de um círculo ou linear;

4 = Altera as coordenadas de um ponto de acordo com eixos coordenados em *Tendon Layout Display (TLD)*. Com essas coordenadas também é possível configurar o traçado do cabo em mais de um plano;

5 = Os comandos *Insert Above* e *Insert Below* inserem um novo ponto acima ou abaixo de um existente. Os demais botões, modificar ou apagar a configuração de algum ponto existente. É importante salientar que o programa não permite que o ponto inicial e/ou final seja apagado;

6 = Visualização do traçado em planta no *TLD* para os planos 1-2, 1-3 e 2-3.

7 = Divide o cabo em segmentos de acordo com o valor adotado. Não há possibilidade em alterar as configurações dos pontos, apenas nos itens anteriores isso é possível;

8 = Com a opção *Snap To Tendon* selecionada e o cursor sobre o traçado do cabo em *TLD*, as coordenadas dos pontos em relação às divisões adotadas em (7) aparecem em *Mouse Pointer Location*;

9 = Atualiza o desenho em *TLD* ou retorna em forma de tabela as coordenadas das divisões adotadas em (7). A tabela pode ser exportada para o Excel;

10 = A partir de uma coordenada em relação ao eixo 1, são informadas as demais coordenadas do cabo;

11 = Este botão permite transladar o cabo e não um único ponto pertencente ao cabo;

O item 12 também permite definir o cabo a ser empregado na protensão como descrito no segundo passo. Os botões 13 e 15 apresentam as definições adotadas em 12 e 14 respectivamente;

O item 14 compreende a entrada de dados da força ou tensão de protensão com suas respectivas perdas. Quando selecionada apresenta a seguinte janela, onde:

The 'Tendon Load' dialog box contains the following elements:

- Options:** A dropdown menu showing '+ DEAD' (14A).
- Units:** A dropdown menu showing 'KN, m, C' (14G).
- Load Type:** Radio buttons for 'Force' (14E) and 'Stress' (14F).
- Jack From This Location:** Radio buttons for 'I-End (Start) of Tendon' (14B), 'J-End (End) of Tendon' (14C), and 'Both Ends Simultaneously' (14D).
- Tendon Load:** A text input field for 'Force (KN)' with the value '0' (14G).
- Friction and Anchorage Losses:**
 - Curvature Coefficient (Unitless): 0,15 (14H)
 - Wobble Coefficient (1/m): 3,281E-03 (14I)
 - Anchorage Set Slip (m): 6,350E-03 (14J)
- Other Loss Parameters:**
 - Elastic Shortening Stress (KN/m2): 20684,274 (14K)
 - Creep Stress (KN/m2): 34473,79 (14L)
 - Shrinkage Stress (KN/m2): 48263,31 (14M)
 - Steel Relaxation Stress (KN/m2): 34473,79 (14N)
- Options (bottom):** Radio buttons for 'Replace Existing Loads' (selected) and 'Delete Existing Loads'.
- Buttons:** 'OK' and 'Cancel' at the bottom right.

Figura 10.7 – Ação de protensão e suas perdas.

14A = Definição do carregamento que receberá a força ou tensão de protensão;

14B = Protensão aplicada em apenas uma extremidade do cabo (começo do cabo);

14C = Protensão aplicada em apenas uma extremidade do cabo (término do cabo);

14D = Protensão aplicada em ambas as extremidades do cabo;

14E = Define se a protensão será aplicada como força;

14F = Define se a protensão será aplicada como tensão;

14G = Valor numérico da força ou tensão a ser aplicada;

14H = Valor do coeficiente de atrito aparente entre cabo e bainha;

14I = Valor do coeficiente de perda por metro devido às curvaturas não intencionais do cabo;

14J = Valor do recuo da ancoragem;

14K = Valor da perda por encurtamento elástico do concreto;

14L = Valor da perda por fluência do concreto;

14M = Valor da perda por retração do concreto;

14N = Valor da perda por relaxação do aço;

O conteúdo do problema I do manual do SAP está relacionado ao tema abordado neste capítulo. Para melhor entendimento dos procedimentos, este problema pode ser consultado.

11. Exemplos de Aplicação

Este capítulo contempla a apresentação e resolução de três exemplos numéricos. O primeiro a ser abordado consiste das verificações no ELU e ELS para uma longarina protendida isostática, o segundo da avaliação dos esforços iniciais de protensão através do método da carga equivalente e o último da avaliação e comparação dos esforços iniciais e perdas de protensão com auxílio do programa SAP2000 v.11, com o exemplo 1.

A parte numérica será feita com auxílio do programa MathCad 13, com a finalidade de automatizar e agilizar os cálculos.

11.1 Exemplo 1 - Viga Isostática

11.1.1 Introdução

O exemplo apresentado a seguir é baseado no trabalho proposto pelo prof. Ernani Diaz no curso de Concreto Protendido I (CPI) - 2008/1.

Trata-se de uma ponte rodoviária a ser construída no Rio de Janeiro, em zona marinha (CAA III), com cinco longarinas pré-moldadas em concreto protendido, cabos com aderência posterior protendidos em fase única, laje em concreto armado moldada in loco, aparelhos de apoio de elastômero fretado e apenas na região do apoio haverá transversinas.

As longarinas serão lançadas e apoiadas sobre travessas, que se apóiam sobre os pilares. Em seguida o tabuleiro em concreto armado será concretado sobre pré-lajes apoiadas diretamente sobre as longarinas. A espessura total do tabuleiro já contabilizando as pré-lajes incorporadas à laje vale 0,22m. As lajes pré-moldadas na região dos balanços deverão ser executadas com auxílio de escoramentos especiais.

Os esforços solicitantes na laje podem ser obtidos de seu modelo em elementos finitos ou, de forma simplificada, com auxílio das tabelas de Rüsch.

A ilustração dos procedimentos e verificações implementados neste exemplo visam complementar o trabalho de CPI. Na época do trabalho, foram verificados os ELU e ELS com a força de protensão no tempo t_0 estimada. O complemento deste exemplo consiste da avaliação da força de protensão inicial com suas respectivas perdas, além do cálculo do alongamento teórico do cabo no instante da protensão e avaliação do pré-alongamento.

11.1.2 Materiais

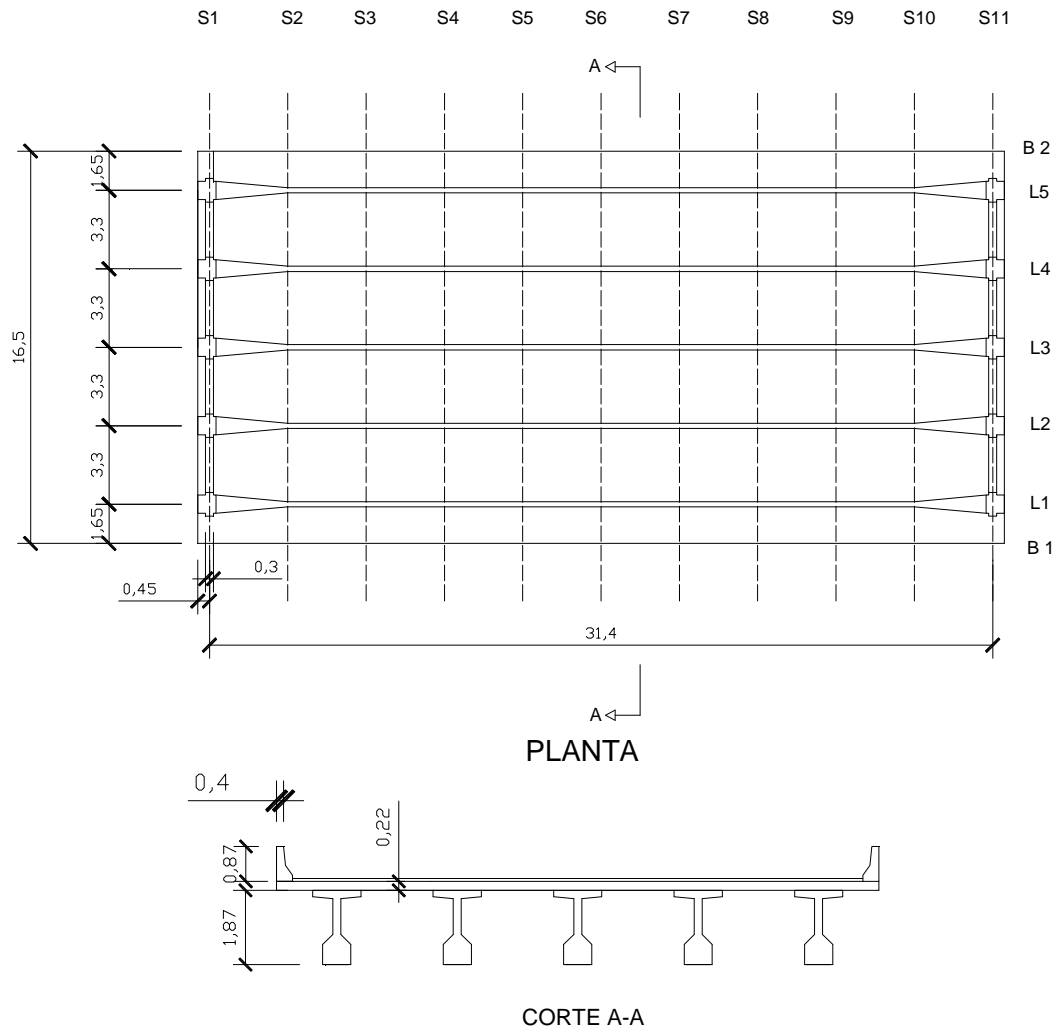
Concreto da viga pré-moldada $f_{ck} \geq 35\text{MPa}$;

Concreto da laje de concreto armado $f_{ck} \geq 35\text{MPa}$;

Aço empregado na armadura passiva - CA-50;

Aço empregado na armadura ativa - CP 190 RB Cordoalha 15,2mm.

11.1.3 Características Gerais da Superestrutura

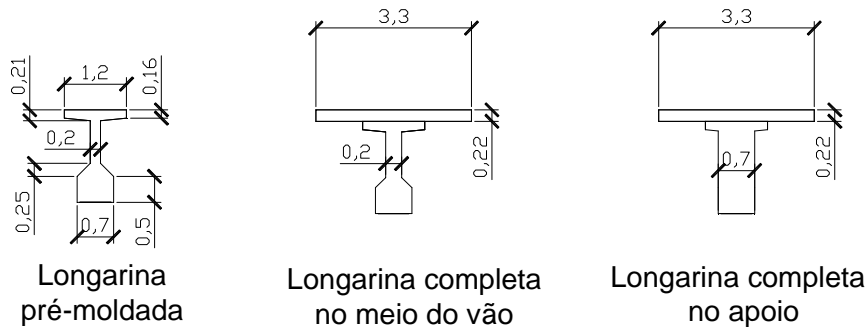


11.1.4 Caracterização das Propriedades Geométricas e Mecânicas

11.1.4.1 Características das Seções

	Área (m ²)	Inércia à flexão (m ⁴)	Zs (m)	Zi (m)
Longarina pré-moldada	0,8715	0,369522	0,977996	0,892004
Longarina completa no meio do vão	1,5975	0,841283	0,703545	1,386455
Longarina completa no apoio	2,1275	0,914097	0,761792	1,328208

11.1.4.2 Desenhos das Seções



11.1.5 Definição dos Carregamentos

A seguir são definidos os carregamentos utilizados para obtenção dos esforços solicitantes nos diversos elementos estruturais. Serão apresentados apenas os esforços finais na longarina, para não estender muito o exemplo.

11.1.5.1 Ações Permanentes

G1: Peso próprio da longarina;

G2: Peso próprio da laje;

G3: Sobrecarga permanente (pavimentação + guarda rodas);

P: Protensão.

11.1.5.2 Ações Variáveis

q: Carga móvel - trem tipo TB 450.

11.1.6 Esforços Solicitantes Característicos

Esforços solicitantes obtidos com auxílio do programa Vigacon desenvolvido pelo professor Ernani Diaz.

	G1		G2		G3		Carga Móvel	
SEÇÃO	V _k (kN)	M _k (kNm)	V _k (kN)	M _k (kNm)	V _k (kN)	M _k (kNm)	V _k (kN)	M _k (kNm)
1	389,2	0,00	284,96	0,00	226,08	0,00	626,77	0,00
2	311,36	966,67	227,96	805,28	180,86	638,90	535,28	1767,20
3	233,52	1718,53	170,97	1431,60	135,65	1135,80	449,90	3132,70
4	155,68	2255,57	113,98	1879,00	90,432	1490,80	369,56	4094,20
5	77,841	2577,79	56,991	2147,40	45,216	1703,70	296,41	4683,20
6	0,00	2685,20	0,00	2236,90	0,00	1774,70	229,38	4886,40
7	-77,841	2577,79	-56,991	2147,40	-45,216	1703,70	167,39	4683,20
8	-155,68	2255,57	-113,98	1879,00	-90,432	1490,80	112,60	4094,20
9	-233,52	1718,53	-170,97	1431,60	-135,65	1135,80	62,85	3132,70
10	-311,36	966,67	-227,96	805,28	-180,86	638,90	24,13	1767,20
11	-389,2	0,00	-284,96	0,00	-226,08	0,00	28,45	0,00

11.1.7 Pré-dimensionamento ELU (Flexão)

O pré-dimensionamento será efetuado para a seção localizada no meio do vão (seção 6).

Esforços de cálculo:

$$M_{g1} := 2685.2 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{g2} := 2236.9 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{g3} := 1774.7 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{q1} := 4886.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_d := 1.35(M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}) + 1.5(M_{q1}) \quad M_d = 16370.28 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1} := 229.38 \text{ kN} \quad V_d := 1.5(V_{q1}) \quad V_d = 344.07 \text{ kN}$$

Altura útil inicial estimada:

$$\text{bainha} := 9 \text{ cm} \quad \text{cobrimento} := 4 \text{ cm} \quad \text{estribo} := 10 \text{ mm} \quad h := 2.09 \text{ m}$$

$$d := h - \text{bainha} \cdot 0.5 - \text{cobrimento} - \text{estribo} \quad d = 1.995 \text{ m}$$

Braço de alavanca: linha neutra colaborante na mesa.

$$f_{ck} := 35 \text{ MPa} \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4} \quad f_{cd} = 25 \text{ MPa} \quad b := 3.3 \text{ m}$$

$$k_{md} := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad k_{md} = 0.05 \quad k_z := 0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{k_{md}}{1.7}} \quad k_z = 0.97 \quad z := k_z \cdot d \quad z = 1.935 \text{ m}$$

Determinação da força longitudinal de tração:

$$M_d = 16370.28 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad V_d = 344.07 \text{ kN} \quad \theta := 35 \text{ deg} \quad z = 1.935 \text{ m}$$

$$F_t := \frac{M_d}{z} + \frac{V_d \cdot \cot(\theta)}{2} \quad F_t = 8707.24 \text{ kN}$$

Tensão de cálculo no aço para protensão CP190:

$$f_{ptk} := 1900 \text{ MPa} \quad f_{pyd} := 0.9 \cdot \frac{f_{ptk}}{1.15} \quad f_{pyd} = 1486.96 \text{ MPa}$$

Área de uma cordoalha de 15,2mm:

$$área_{\text{cordoalha}} := 0.00014 \text{ m}^2$$

Número necessário de cordoalhas:

$$área_{\text{nec}} := \frac{F_t}{f_{pyd}} \quad área_{\text{nec}} = 58.557 \text{ cm}^2 \quad n_{\text{cordoalhas}} := \frac{área_{\text{nec}}}{área_{\text{cordoalha}}} \quad n_{\text{cordoalhas}} = 41.827$$

Adotado 4 cabos com 10 cordoalhas cada e armadura passiva complementar.

$$N^{\circ} \text{ de cabos: } n_{\text{cabos}} := 4 \quad N^{\circ} \text{ de cordoalhas: } n_{\text{cord}} := 10$$

Armadura passiva complementar:

$$\Delta F_t := F_t - n_{\text{cabos}} \cdot n_{\text{cord}} \cdot área_{\text{cordoalha}} \cdot f_{pyd} \quad \Delta F_t = 380.28 \text{ kN (força a ser resistida pela armadura passiva)}$$

$$f_{yd} := \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} \quad A_s := \frac{\Delta F_t}{f_{yd}} \quad A_s = 8.746 \text{ cm}^2, \text{ empregando } \Phi 16 \text{ mm:}$$

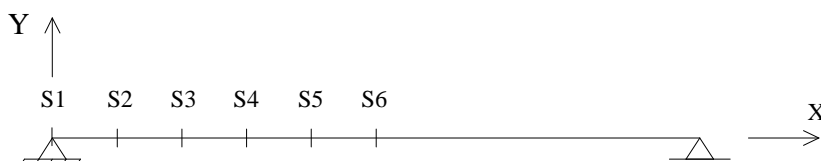
$$A_{s\phi} := \frac{\pi \cdot (16 \text{ mm})^2}{4} \quad A_{s\phi} = 2.011 \text{ cm}^2 \quad n_{\text{barras}} := \frac{A_s}{A_{s\phi}} \quad n_{\text{barras}} = 4.35$$

Armadura passiva complementar de 5 Φ 16mm. A armadura passiva adotada serve apenas para auxiliar o combate à flexão. Caso seja necessário a quantidade de armadura pode ser aumentada de forma auxiliar no combate a fissuração.

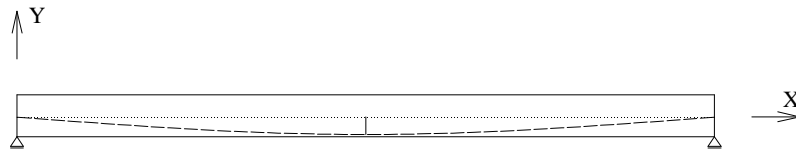
11.1.8 Avaliação da Força de Protensão

11.1.8.1 Traçado do Cabo de Protensão

Por se tratar de uma longarina com traçado de cabo simétrico, apenas metade das seções será analisadas, como indicado abaixo.



O cabo a ser empregado na resolução deste exemplo, é o cabo médio obtido a partir das excentricidades nas extremidades e no meio do vão da longarina. Com essas três excentricidades é ajustado um cabo com traçado parabólico simétrico.



Excentricidade nas extremidades = -0,0186m

Excentricidade no meio do vão = -0,797m

Equação do traçado parabólico:

Excentricidades: início e fim = ex_1 e ex_3

Meio do vão = ex_2 .

Comprimento da longarina: $L_{long} := 31.4 \text{ m}$

$$\text{Traçado do cabo: } y(x) := \frac{2 \cdot ex_1 - 4 \cdot ex_2 + 2 \cdot ex_3}{L_{long}^2} \cdot x^2 - \frac{3 \cdot ex_1 - 4 \cdot ex_2 + ex_3}{L_{long}} \cdot x + ex_1$$

11.1.8.2 Avaliação dos Esforços Iniciais de Protensão

Aço de relaxação baixa (RB) empregado.

$$f_{ptk} := 1900 \text{ MPa} \quad f_{pyk} := 0.9 f_{ptk} \quad f_{pyd} := 0.9 \frac{f_{ptk}}{1.15} \quad f_{pyd} = 1486.96 \text{ MPa}$$

$$\text{Tipo_de_aço} := \text{"RB"} \quad \sigma_{Pi} := \begin{cases} \min(0.74 f_{ptk}, 0.8 f_{pyk}) & \text{if Tipo_de_aço} = \text{"RB"} \\ \min(0.74 f_{ptk}, 0.8 f_{pyk}) & \text{if Tipo_de_aço} = \text{"RN"} \end{cases} \quad \sigma_{Pi} = 1402.2 \text{ MPa}$$

Força de protensão inicial:

$$\text{Área total do cabo: } \text{área}_{cord} := \text{área}_{cordoalha} \cdot n_{cabos} \cdot n_{cord} \quad \text{área}_{cord} = 0.0056 \text{ m}^2$$

$$\text{Força de Protensão: } P_i := \sigma_{Pi} \cdot \text{área}_{cord} \quad P_i = 7852.32 \text{ kN}$$

$$\text{Coordenadas das seções analisadas: } i := 1, 2, \dots, 6 \quad x_i := (i - 1) \cdot \frac{L_{long}}{10}$$

$$\text{Inclinação do cabo nas seções analisadas: } s(x) := \frac{4 \cdot ex_1 - 8 \cdot ex_2 + 4 \cdot ex_3}{L_{long}^2} \cdot x - \frac{3 \cdot ex_1 - 4 \cdot ex_2 + ex_3}{L_{long}}$$

$$\text{Ângulo de inclinação: } \theta_i := -\text{atan}(s(x_i))$$

Esforços iniciais de protensão:

$$\text{Normal: } N_{Pi_i} := -P_i (\cos(\theta_i)) \quad \text{Momento: } M_{Pi_i} := P_i (\cos(\theta_i) \cdot y(x_i)) \quad \text{Cortante: } V_{Pi_i} := -P_i (\sin(\theta_i))$$

Seção	x_i m	y_i m	$s(x_i)$	θ_i deg	N_{Pi_i} kN	M_{Pi_i} kN.m	V_{Pi_i} kN
1	0.00	-0.0186	-5.6814	5.6629	-7814	-145.34	-774.83
2	3.14	-0.2988	-4.5451	4.5356	-7827.73	-2339.11	-620.95
3	6.28	-0.5168	-3.4088	3.4048	-7838.46	-4050.73	-466.35
4	9.42	-0.6725	-2.2726	2.2714	-7846.15	-5276.19	-311.21
5	12.56	-0.7659	-1.1363	1.1361	-7850.78	-6012.63	-155.7
6	15.70	-0.797	0	0	-7852.32	-6258.3	0

11.1.8.3 Perdas da Força de Protensão

Neste item, são avaliadas as perdas que ocorrem no instante da protensão e durante a transferência de protensão do cabo ao concreto. Esta fase compreende as perdas imediatas e ao longo do tempo.

11.1.8.3.1 Perdas Imediatas

A avaliação das perdas imediatas é feita apenas para o elemento pré-moldado.

11.1.8.3.1.1 Perdas por Atrito

Coefficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha: $\mu := 0.15$

Coefficiente de perda por metro devido às curvaturas não intencionais do cabo: $k := \frac{0.0001}{m}$

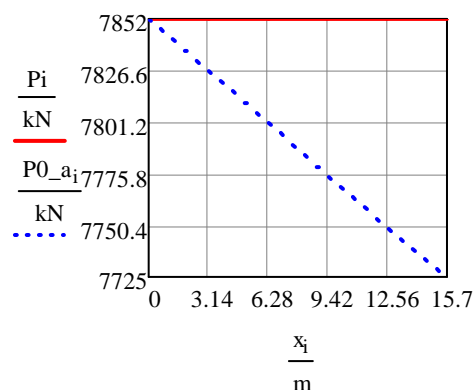
Somatório dos desvios angulares: $\Sigma \alpha_i := \theta_1 - \theta_i$

Perda de protensão ao longo do cabo: $\Delta P0_{a_i} := P_i \left[1 - e^{-(\mu \cdot \Sigma \alpha_i + k \cdot x_i)} \right]$

Força de protensão disponível: $P0_{a_i} := P_i - \Delta P0_{a_i}$

Relação entre a força de protensão disponível e inicial: $p_{a_i} := \frac{P0_{a_i}}{P_i}$

Distribuição da força de protensão:



	$\Sigma \alpha_i$ rad	$\Delta P0_{a_i}$ kN	$P0_{a_i}$ kN	p_{a_i}
Seção				
1	0.00000	0	7852.32	1
2	0.01967	25.6	7826.72	0.99674
3	0.03941	51.18	7801.14	0.99348
4	0.05919	76.74	7775.58	0.99023
5	0.07901	102.25	7750.07	0.98698
6	0.09884	127.69	7724.63	0.98374

11.1.8.3.1.2 Perdas por Deslizamento da Armadura e Acomodação da Ancoragem

Recuo da ancoragem: $x_{anc} := 6mm$ $E_p := 195000 MPa$

Trabalho realizado pelo recuo da ancoragem: $Trab := E_p \cdot \text{área}_{cord} \cdot x_{anc}$ $Trab = 6552.00 kN \cdot m$

Equação da força de protensão disponível: $y_{atrito}(x_{bloq}) := \frac{P0_{a_6} - P0_{a_1}}{x_6} \cdot x_{bloq} + P0_{a_1}$

Determinação do ponto de bloqueio (área triangular), com inclinação de $1,5 y_{atrito}$:

$x_{bloq} := 1 m$

$$\text{Given} \quad \frac{2.5 \cdot (P0_{a_1} - y_{atrito}(x_{bloq})) \cdot x_{bloq}}{2} = Trab \quad x_{bloq} := \text{Find}(x_{bloq})$$

$x_{bloq} = 25.386 m$

Pelo fato do ponto de bloqueio estar localizado após o ponto médio da longarina (15,7m), a área para determinação do ponto deve ser trapezoidal.

Determinação do ponto de bloqueio (área trapezoidal):

$$b_{\text{base}} := 1 \text{ kN}$$

$$\text{Given} \quad \left[\left[2.5 \cdot (P0_{a1} - P0_{a6}) + b_{\text{base}} \right] + b_{\text{base}} \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{\text{long}}}{2} = \text{Trab} \quad b_{\text{base}} := \text{Find}(b_{\text{base}})$$

$$b_{\text{base}} = 257.709 \text{ kN}$$

Equação da reta após perda por atrito e cravação:

$$\text{Coeficiente linear:} \quad b_c := P0_{a1} - \left[2.5 \cdot (P0_{a1} - P0_{a6}) + b_{\text{base}} \right] \quad b_c = 7275.38 \text{ kN}$$

$$\text{Coeficiente angular:} \quad a_c := \frac{1.5 \cdot (P0_{a1} - P0_{a6})}{\frac{L_{\text{long}}}{2}} \quad a_c = 12.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$y_{\text{crav}_i} := a_c \cdot x_i + b_c \quad P0_{c_i} := y_{\text{crav}_i}$$

$$\text{Perda de protensão ao longo do cabo:} \quad \Delta P0_{c_i} := P_i - P0_{c_i}$$

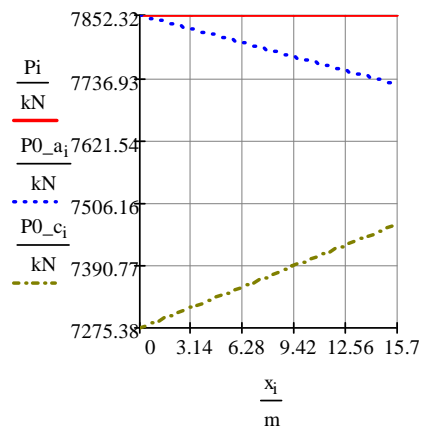
$$\text{Força de protensão disponível:} \quad P0_{c_i} := y_{\text{crav}_i}$$

$$\text{Relação entre a força de protensão disponível e inicial:} \quad p_{c_i} := \frac{P0_{c_i}}{P_i}$$

Esforços de protensão após perdas por atrito e cravação:

$$\text{Normal: } NP0_{c_i} := p_{c_i} \cdot NP_i \quad \text{Momento: } MP0_{c_i} := p_{c_i} \cdot MP_i \quad \text{Cortante: } VP0_{c_i} := p_{c_i} \cdot VP_i$$

Distribuição da força de protensão:



	$P0_{c_i}$ kN	$\Delta P0_{c_i}$ kN	p_{c_i} kN	$NP0_{c_i}$ kN	$MP0_{c_i}$ kN.m	$VP0_{c_i}$ kN
Seção						
1	7275.38	576.94	0.92653	-7239.87	-134.66	-717.90
2	7313.69	538.63	0.9314	-7290.78	-2178.66	-578.36
3	7352.00	500.32	0.93628	-7339.02	-3792.63	-436.64
4	7390.3	462.02	0.94116	-7384.50	-4965.75	-292.90
5	7428.61	423.71	0.94604	-7427.15	-5688.19	-147.29
6	7466.92	385.4	0.95092	-7466.92	-5951.13	0.00

11.1.8.3.1.3 Perdas por Encurtamento Imediato do Concreto

Avaliação da tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura ativa, devido à protensão simultânea de 4 cabos.

$$\text{Área da viga pré-moldada: } \text{Área}_{\text{viga_L}} := 0.8715 \text{ m}^2$$

$$\text{Momento de inércia da viga pré-moldada: } I_{\text{viga_L}} := 0.369522 \text{ m}^4$$

$$\sigma(N, A, M, y, I) := \frac{N}{A} - \frac{M \cdot y}{I} \quad \sigma_{cP_i} := \sigma(NP0_{c_i}, \text{Área}_{\text{viga_L}}, MP0_{c_i}, y(x_i), I_{\text{viga_L}})$$

Tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura ativa, devido à carga permanente mobilizada pela protensão.

$$\sigma_{cg_i} := \sigma(0kN, \text{Área}_{\text{viga_L}}, Mg1_i, y(x_i), I_{\text{viga_L}})$$

Tensão de compressão no concreto adjacente ao centróide dos cabos de protensão, sob ação da protensão + carga permanente mobilizada pela protensão (peso próprio).

$$\sigma_{cPg_i} := \sigma_{cP_i} + \sigma_{cg_i}$$

Perda de tensão ao longo do cabo:

$$f_{ck} := 35 \text{ MPa} \quad E_{ci28} := 5600 \sqrt{f_{ck} \cdot \text{MPa}} \quad E_{ci28} = 33130.047 \text{ MPa} \quad \alpha_p(E1, E2) := \frac{E1}{E2}$$

Resistência do concreto a 7 dias:

$$\text{Concreto de cimento CPI e CPII} \quad s := 0.25 \quad \beta_1(t) := e^{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0.5} \right]} \quad \beta_1(7) = 0.779$$

$$f_{ck7} := \beta_1(7) \cdot f_{ck} \quad f_{ck7} = 27.258 \text{ MPa} \quad E_{ci7} := 5600 \sqrt{f_{ck7} \cdot \text{MPa}}$$

$$\Delta \sigma_{p_i} := \frac{\alpha_p(E_p, E_{ci7}) \cdot (\sigma_{cPg_i}) \cdot (n_{\text{cabos}} - 1)}{2 \cdot n_{\text{cabos}}}$$

Perda de protensão ao longo do cabo: $\Delta P0_{ee_i} := (-\Delta \sigma_{p_i}) \cdot \text{área}_{\text{cord}}$

Força de protensão disponível: $P0_{ee_i} := P_i - (\Delta P0_{c_i} + \Delta P0_{ee_i})$

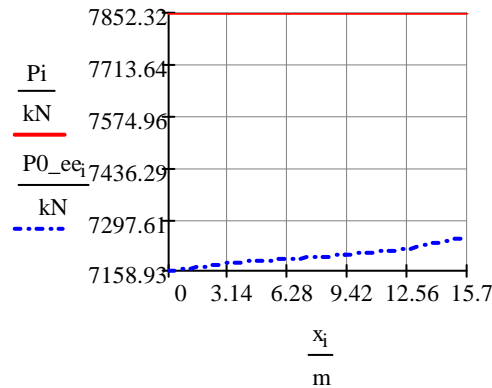
Relação entre a força de protensão disponível e inicial: $p_{ee_i} := \frac{P0_{ee_i}}{P_i}$

Esforços de protensão após perdas imediatas:

Normal: $NP0_{ee_i} := p_{ee_i} \cdot NP_i$ Momento: $MP0_{ee_i} := p_{ee_i} \cdot MP_i$ Cortante: $VP0_{ee_i} := p_{ee_i} \cdot VP_i$

Seção	σ_{cP_i} kN/m ²	σ_{cg_i} kN/m ²	σ_{cPg_i} kN/m ²	$\Delta \sigma_{p_i}$ kN/m ²	$\Delta P0_{ee_i}$ kN	$P0_{ee_i}$ kN	p_{ee_i}	$NP0_{ee_i}$ kN	$MP0_{ee_i}$ kN.m	$VP0_{ee_i}$ kN
1	-8314.15	0.00	-8314.15	-20794.5	116.45	7158.93	0.9117	-7123.99	-132.51	-706.41
2	-10127.62	781.72	-9345.9	-23375	130.9	7182.79	0.91473	-7160.29	-2139.67	-568.01
3	-13725.12	2403.36	-11321.76	-28316.82	158.57	7193.42	0.91609	-7180.72	-3710.83	-427.22
4	-17509.99	4104.69	-13405.3	-33527.96	187.76	7202.55	0.91725	-7196.89	-4839.59	-285.46
5	-20311.48	5342.68	-14968.81	-37438.45	209.66	7218.96	0.91934	-7217.54	-5527.65	-143.14
6	-21403.54	5791.55	-15611.99	-39047.11	218.66	7248.25	0.92307	-7248.25	-5776.86	0.00

Distribuição da força de protensão:



11.1.8.3.2 Perdas Progressivas

A avaliação das perdas progressivas é feita para o elemento estrutural completo, ou seja, seção transversal do pré-moldado mais a largura da mesa colaborante.

As perdas serão calculadas separadamente referentes às parcelas da retração e fluência do concreto e relaxação do aço.

11.1.8.3.2.1 Perda por Retração

Perímetro da seção em contato com a atmosfera: $u = 7.652 \text{ m}$

Ambiente ao ar livre, em geral Umidade 75%: $U := 75$

Coefficiente dependente da umidade relativa: $\gamma := 1.5$

Determinação da espessura fictícia:

$$h_{fic} := \gamma \cdot \frac{2 \cdot \text{Área}_{\text{viga_C}}}{u} \quad h_{fic} = 62.629 \text{ cm}$$

Determinação da idade fictícia:

Cimento portland endurecimento normal CPI e CPII $\alpha_{ret} := 1 \quad \alpha_{flu} := 2$

Temperatura média diária do ambiente em graus Celsius: $T_i := 25$

Período durante o qual a temperatura média diária pode ser admitida constante: $\Delta t_{efi} := 7$

Idade fictícia para retração: $t0_{ret} := \alpha_{ret} \cdot \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{efi} \quad t0_{ret} = 8.167$

Idade fictícia para fluência: $t0_{flu} := \alpha_{flu} \cdot \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{efi} \quad t0_{flu} = 16.333$

Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67: 5 - 9cm e $U = 70\%$, temos:

$$\text{Ao ar livre em geral: } \epsilon_{1s} := -3.2 \cdot 10^{-4} \quad \epsilon_{2s} := \frac{33 + 2 \cdot \frac{h_{fic}}{\text{cm}}}{20.8 + 3 \cdot \frac{h_{fic}}{\text{cm}}} \quad \epsilon_{2s} = 0.758$$

Valor final da retração: $\epsilon_{cs_inf} := \epsilon_{1s} \cdot \epsilon_{2s} \quad \epsilon_{cs_inf} = -0.000243$

Função beta: $A := 40 \quad B(h) := 116 \cdot h^3 - 282 \cdot h^2 + 220 \cdot h - 4.8 \quad C(h) := 2.5 \cdot h^3 - 8.8 \cdot h + 40.7$
 $D(h) := -75 \cdot h^3 + 585 \cdot h^2 + 496 \cdot h - 6.8 \quad E(h) := -169 \cdot h^4 + 88 \cdot h^3 + 584 \cdot h^2 - 39 \cdot h + 0.8$

$$\beta_s(t, h) := \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B(h) \cdot \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C(h) \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D(h) \cdot \left(\frac{t}{100}\right) + E(h)}$$

Para tempo = t_0

$$t_{0_{\text{ret}}} = 8.167 \quad \beta_s\left(t_{0_{\text{ret}}}, \frac{h_{\text{fic}}}{m}\right) = 0.0182$$

Para tempo = t_∞

$$t_{\text{inf}_{\text{ret}}} := 1 \cdot 10^4 \quad \beta_s\left(t_{\text{inf}_{\text{ret}}}, \frac{h_{\text{fic}}}{m}\right) = 0.9967$$

Deformação devido à retração:

$$\varepsilon_{cs_tinf_t0} := \varepsilon_{cs_inf} \cdot \left(\beta_s\left(t_{\text{inf}_{\text{ret}}}, \frac{h_{\text{fic}}}{m}\right) - \beta_s\left(t_{0_{\text{ret}}}, \frac{h_{\text{fic}}}{m}\right) \right) \quad \varepsilon_{cs_tinf_t0} = -0.00024$$

Perda de tensão ao longo do cabo:

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} := E_p \cdot \varepsilon_{cs_tinf_t0}$$

$$\Delta\sigma_{\text{ret}} = -46305.88 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Perda de protensão ao longo do cabo:

$$\Delta P_{0_ret_i} := -\Delta\sigma_{\text{ret}} \cdot \text{área}_{\text{cord}}$$

$$\Delta P_{0_ret_i} =$$

259.31
259.31
259.31
259.31
259.31
259.31

kN

11.1.8.3.2.2 Perda por Fluência

$$\beta_1(t_{0_{\text{flu}}}) = 0.926 \quad f_{ck_t0_{\text{flu}}} := \beta_1(t_{0_{\text{flu}}}) \cdot f_{ck} \quad f_{ck_t0_{\text{flu}}} = 32.396 \text{ MPa}$$

Coeficiente de fluência rápida:

$$\phi_a := 0.8 \left(1 - \frac{f_{ck_t0_{\text{flu}}}}{f_{ck}} \right)$$

$$\phi_a = 0.06$$

Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente:

$$\phi_{lc} := 2$$

Coeficiente dependente da espessura fictícia:

$$\phi_{2c} := \frac{42 + \frac{h_{\text{fic}}}{\text{cm}}}{20 + \frac{h_{\text{fic}}}{\text{cm}}}$$

$$\phi_{2c} = 1.266$$

Coeficiente de deformação lenta irreversível:

$$\phi_{f_inf} := \phi_{lc} \cdot \phi_{2c}$$

$$\phi_{f_inf} = 2.533$$

Coeficiente de deformação lenta reversível:

$$\phi_{d_inf} := 0.4$$

Coeficiente relativo de deformação lenta irreversível:

$$A(h) := 42 \cdot h^3 - 350 \cdot h^2 + 588 \cdot h + 113$$

$$B(h) := 768 \cdot h^3 - 3060 \cdot h^2 + 3234 \cdot h - 23$$

$$C(h) := -200 \cdot h^3 + 13 \cdot h^2 + 1090 \cdot h + 183$$

$$D(h) := 7579 \cdot h^3 - 31916 \cdot h^2 + 35343 \cdot h + 1931$$

$$\beta_f(t, h) := \frac{t^2 + A(h) \cdot t + B(h)}{t^2 + C(h) + D(h)}$$

Para $t = t_\infty$

$$\beta_f\left(10^4, \frac{h_{\text{fic}}}{m}\right) = 1.035$$

Para $t = t_{\text{fictício}}$

$$\beta_f\left(t_{0_{\text{flu}}}, \frac{h_{\text{fic}}}{m}\right) = 0.486$$

Coefficiente relativo de deformação lenta reversível:

$$\beta_d(t) := \frac{t - t_{0_flu} + 20}{t - t_{0_flu} + 70} \quad \beta_d(10^4) = 0.99503$$

$$\phi_{tinf_t0} := \phi_a + \phi_{inf} \cdot \left(\beta_f \left(10^4, \frac{h_{fic}}{m} \right) - \beta_f \left(t_{0_flu}, \frac{h_{fic}}{m} \right) \right) + \phi_{d_inf} \cdot \beta_d(10^4) \quad \phi_{tinf_t0} = 1.8489$$

Tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão:

$$\sigma_{cP0_i} := \sigma(NP0_ee_i, \text{Área}_{viga_C}, MP0_ee_i, y(x_i), I_{viga_C})$$

Tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela carga permanente mobilizada no instante t_0 .

$$\sigma_{cg0_i} := \sigma(0kN, \text{Área}_{viga_C}, Mg1_i, y(x_i), I_{viga_C})$$

Tensão no concreto ao nível do baricentro: $\sigma_{cP0g_i} := \sigma_{cP0_i} + \sigma_{cg0_i}$

Deformação devida à fluência: $\epsilon_{cc_tinf_t0_i} := \frac{\sigma_{cP0g_i}}{E_{ci28}} \cdot \phi_{tinf_t0}$

Perda de tensão ao longo do cabo: $\Delta\sigma_{flu_i} := E_p \cdot \epsilon_{cc_tinf_t0_i}$

Perda de protensão ao longo do cabo: $\Delta P0_flu_i := \Delta\sigma_{flu_i} \cdot \text{área}_{cord}$

Seção	σ_{cP0_i} kN/m ²	σ_{cg0_i} kN/m ²	σ_{cP0g_i} kN/m ²	$\epsilon_{cc_tinf_t0_i}$	$\Delta\sigma_{flu_i}$ kN/m ²	$\Delta P0_flu_i$ kN
1	-4462.39	0,00	-4462.39	0.000249	48560.79	271.94
2	-5242.2	343.36	-4898.84	0.000273	53310.26	298.54
3	-6774.43	1055.64	-5718.79	0.000319	62233.14	348.51
4	-8373.48	1802.93	-6570.56	0.000367	71502.33	400.41
5	-9550.13	2346.7	-7203.43	0.000402	78389.42	438.98
6	-10010.03	2543.86	-7466.17	0.000417	81248.59	454.99

11.1.8.3.2.3 Perda por Relaxação

Relação entre tensão efetiva e tensão característica de tração para 1000h e 20°C:

$$rel_i := \frac{\sigma_{P0_ee_i}}{f_{ptk}} \quad \psi_{1000_i} := 1.3 + \frac{2.5 - 1.3}{0.7 - 0.6} \cdot \left(\frac{\sigma_{P0_ee_i}}{f_{ptk}} - 0.6 \right) \quad \psi_{tinf_t0_i} := 2.5 \cdot \frac{\psi_{1000_i}}{100}$$

Perda de tensão ao longo do cabo: $\Delta\sigma_{rel_i} := \sigma_{Pi} \cdot \psi_{tinf_t0_i}$

Perda de protensão ao longo do cabo: $\Delta P0_rel_i := \Delta\sigma_{rel_i} \cdot \text{área}_{cord}$

Seção	rel	ψ_{1000_i}	$\psi_{tinf_t0_i}$	$\Delta\sigma_{rel_i}$ kN/m ²	$\Delta P0_rel_i$ kN
1	0.673	2.174	0.054	76208.93	426.77
2	0.675	2.201	0.055	77152.13	432.05
3	0.676	2.213	0.055	77572.53	434.41
4	0.677	2.223	0.056	77933.31	436.43
5	0.678	2.242	0.056	78582.05	440.06
6	0.681	2.275	0.057	79740.42	446.55

11.1.8.3.2.4 Perda Total

Perda de tensão ao longo do cabo: $\Delta\sigma_{total_i} := -\Delta\sigma_{ret} + \Delta\sigma_{flu_i} + \Delta\sigma_{rel_i}$

Perda de protensão ao longo do cabo: $\Delta P0_{total_i} := \Delta\sigma_{total_i} \cdot \text{área}_{cord}$

Força de protensão disponível: $P0_{ret_flu_rel_i} := P_i - (\Delta P0_{c_i} + \Delta P0_{ee_i} + \Delta P0_{total_i})$

Relação entre a força de protensão disponível e inicial:

$$p_{ret_flu_rel_i} := 1 - (1 - p_{ee_i}) - \left(\frac{\Delta P0_{total_i}}{P_i} \right)$$

Esforços finais de protensão após perdas progressivas:

Normal: $NP0_{ret_flu_rel_i} := p_{ret_flu_rel_i} \cdot NP_i$

Cortante: $VP0_{ret_flu_rel_i} := p_{ret_flu_rel_i} \cdot VP_i$

Momento: $MP0_{ret_flu_rel_i} := \begin{cases} NP0_{ret_flu_rel_i} \cdot (dist_{vp_vca} + |y(x_i)|) & \text{if } i = 1 \\ NP0_{ret_flu_rel_i} \cdot (dist_{vp_vcv} + |y(x_i)|) & \text{if } i > 1 \end{cases}$

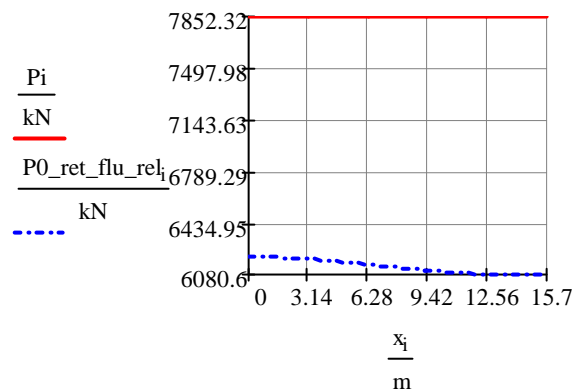
Onde,

$dist_{vp_vca}$ = distância entre o CG da viga pré-moldada e o CG da seção completa no apoio;

$dist_{vp_vcv}$ = distância entre o CG da viga pré-moldada e o CG da seção completa no vão.

Seção	$\Delta\sigma_{total_i}$ MPa	$\Delta P0_{total_i}$ kN	$P0_{ret_flu_rel_i}$ kN	$p_{ret_flu_rel_i}$	$NP0_{ret_flu_rel_i}$ kN	$MP0_{ret_flu_rel_i}$ kN.m	$VP0_{ret_flu_rel_i}$ kN
1	171.08	958.02	6200.91	0.7897	-6170.64	-2806.43	-611.88
2	176.77	989.9	6192.89	0.7887	-6173.49	-4897.28	-489.73
3	186.11	1042.22	6151.2	0.7834	-6140.34	-6209.28	-365.32
4	195.74	1096.15	6106.39	0.7777	-6101.60	-7120.00	-242.01
5	203.28	1138.35	6080.6	0.7744	-6079.41	-7661.97	-120.57
6	207.29	1160.85	6087.4	0.7752	-6087.40	-7861.58	0.00

Distribuição da força de protensão:



As perdas progressivas também foram calculadas pelo processo aproximado e simplificado da NBR 6118, e são apresentadas seguir.

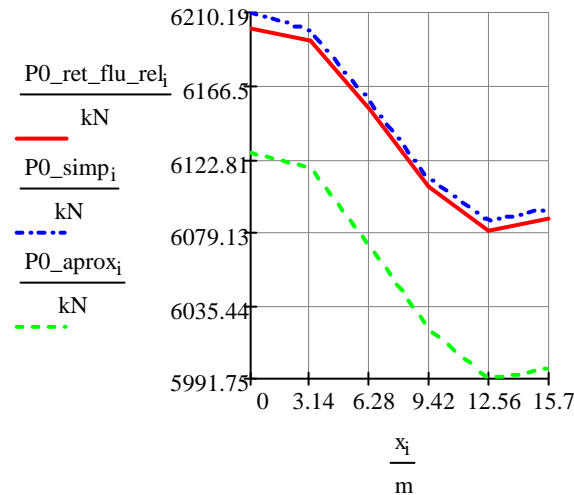
Processo Aproximado:

Seção	$\Delta\sigma_{total_i}$ MPa	$\Delta P0_{total_i}$ kN	$P0_{aprox_i}$ kN	p_{aprox_i}	$NP0_{aprox_i}$ kN	$MP0_{aprox_i}$ kN.m	$VP0_{aprox_i}$ kN
1	184.35	1032.38	6126.55	0.7802	-6096.65	-2772.78	-604.54
2	190.23	1065.31	6117.47	0.7791	-6098.32	-4837.64	-483.76
3	200.43	1122.38	6071.04	0.7732	-6060.32	-6128.36	-360.56
4	210.99	1181.53	6021.02	0.7668	-6016.29	-7020.45	-238.63
5	219.14	1227.2	5991.75	0.7631	-5990.58	-7550.01	-118.80
6	223.23	1250.1	5998.15	0.7639	-5998.15	-7746.32	0.00

Processo Simplificado:

Seção	$\Delta\sigma_{total_i}$ MPa	$\Delta P0_{total_i}$ kN	$P0_{simp_i}$ kN	p_{simp_i}	$NP0_{simp_i}$ kN	$MP0_{simp_i}$ kN.m	$VP0_{simp_i}$ kN
1	169.42	948.74	6210.19	0.7909	-6179.88	-2810.63	-612.79
2	175.49	982.75	6200.04	0.7896	-6180.62	-4902.93	-490.29
3	185.18	1037.03	6156.39	0.784	-6145.53	-6214.52	-365.63
4	194.87	1091.28	6111.27	0.7783	-6106.47	-7125.68	-242.20
5	202.29	1132.8	6086.15	0.7751	-6084.96	-7668.96	-120.68
6	206.26	1155.05	6093.2	0.776	-6093.20	-7869.07	0.00

Força de protensão disponível após perdas progressivas, apresentada para os três casos anteriores.



Os resultados obtidos pelos três métodos foram praticamente idênticos. A aparente diferença de resultados no gráfico acima entre o método aproximado com os demais se deve à escala vertical adotada, pois a diferença máxima de resultados entre os três métodos ficaram em torno de 2%.

11.1.9 Verificação à Flexão no ELU

A verificação será realizada de forma manual apenas para as seções 1 e 6, sendo para as demais seções com auxílio de planilha Excel.

11.1.9.1 Seção 6

$$Mg1_6 := 2685.2 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad Mg2_6 := 2236.9 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad Mg3_6 := 1774.7 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad Mq_6 := 4886.4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d6} := 1.35(Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6) + 1.5(Mq_6) \quad M_{d6} = 16370.28 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$d_6 := \text{dist}_{vp_vcv} + y_6 + Zs_{vcv} \quad d_6 = 1.995 \text{ m} \quad kmd_6 = 0.05 \quad kz_6 = 0.97 \quad z_6 := kz_6 \cdot d_6 \quad z_6 = 1.934 \text{ m}$$

$$Vq_6 := 229.38 \text{ kN} \quad VPQ_6 := -0 \text{ kN} \quad V_{d_red6} := 1.5 \cdot Vq_6 + 0.9(VPQ_6) \quad V_{d_red6} = 344.07 \text{ kN}$$

$$\text{Força de tração no ELU:} \quad Ft_6 := \frac{M_{d6}}{z_6} + V_{d_red6} \cdot \frac{\cot(\theta)}{2} \quad Ft_6 = 8709.29 \text{ kN}$$

Força de tração resistida pela armadura ativa e passiva:

Armadura ativa: 40 cordoalhas de 15,2mm

armadura passiva: 5Φ16

$$F_{t_disp6} := n_{cabos} \cdot n_{cord} \cdot \text{área}_{cord} \cdot f_{pyd} + 5 \cdot A_{s_{\phi}} \cdot f_{yd} \quad F_{t_disp6} = 8764.05 \text{ kN} \quad (\text{ok})$$

11.1.9.2 Seção 1

$$M_{d1} := 0 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad d1 := \text{dist}_{vp_vca} + y_1 + Zs_{vca} \quad d1 = 1.216 \text{ m} \quad kmd1 = 0 \quad kz1 = 1$$

$$z1 := kz1 \cdot d1 \quad z1 = 1.216 \text{ m}$$

$$V_{g1_1} := 389.2 \text{ kN} \quad V_{g2_1} := 284.96 \text{ kN} \quad V_{g3_1} := 226.08 \text{ kN} \quad V_{q1} := 626.77 \text{ kN} \quad VP0_1 := -611.88 \text{ kN}$$

$$V_{d_{red1}} := 1.35(V_{g1_1} + V_{g2_1} + V_{g3_1}) + 1.5(V_{q1}) + 0.9(VP0_1) \quad V_{d_{red1}} = 1604.79 \text{ kN}$$

$$\text{Força de tração no ELU:} \quad Ft_1 := \frac{M_{d1}}{z1} + V_{d_{red1}} \cdot \frac{\cot(\theta)}{2} \quad Ft_1 = 1145.9367 \text{ kN}$$

Força de tração resistida pela armadura ativa e passiva:

Armadura ativa: 40 cordoalhas de 15,2mm

armadura passiva: 5Φ16

$$Ft_{disp1} := n_{cabos} \cdot n_{cord} \cdot \text{área}_{cord} \cdot f_{pyd} + 5 \cdot A_{s_{\phi}} \cdot f_{yd} \quad Ft_{disp1} = 8763,91 \text{ kN} \quad (\text{ok})$$

11.1.9.3 Demais Seções

Seção	Md (kNm)	Vd,red (kN)	Vd,red x cotg(35°)/2 (kN)	d (m)	z (m)	Ft _{ELU} (kN)	F _{disp} (kN)	Condição
1	0,00	1604,70	1145,87	1,216	1,216	1145,87	8763,91	ok
2	5905,45	1334,41	952,86	1,496	1,468	4976,59	8763,91	ok
3	10485,06	1075,25	767,81	1,714	1,670	7047,91	8763,91	ok
4	13466,90	822,66	587,44	1,870	1,817	7998,21	8763,91	ok
5	15703,80	579,17	413,57	1,963	1,905	8658,52	8763,91	ok
6	16370,28	344,07	245,69	1,995	1,934	8709,29	8763,91	ok

11.1.10 Dimensionamento ao Cisalhamento no ELU

O dimensionamento ao cisalhamento será feito para as seis seções mais a seção distante d/2 do apoio.

Diâmetro da bainha adotada $\Phi_{bainha} := 0.075 \text{ m}$. A bainha corta a alma apenas na seção 1 e na seção à d/2 denominada 1a.

Dimensionamento das seções através do Modelo de Cálculo II.

a) Verificação da compressão da diagonal do concreto:

$$\alpha_{v2} := \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}} \right) \quad \alpha_{v2} = 0.86 \quad f_{cd} = 25000 \text{ kPa} \quad bw_{d2} := 0.7 - \frac{0.7 - 0.2}{\frac{L_{long}}{10}} \cdot \frac{d_2}{2} \quad \theta = 35 \cdot \text{deg} \quad \alpha := 90 \text{ deg}$$

$$bw := \left(0.7 \quad bw_{d2} \quad 0.2 \quad 0.2 \quad 0.2 \quad 0.2 \quad 0.2 \right) \quad bw_{red_i} := \text{if}(i \leq 2, bw_i - \Phi_{bainha}, bw_i)$$

$$V_{Rd2_i} := 0.54 \alpha_{v2} f_{cd} \cdot bw_{red_i} \cdot d_i \cdot \sin(\theta)^2 \cdot (\cot(\alpha) + \cot(\theta)) \quad \text{verificação}_i := \text{if}(V_{d_{red_i}} \leq V_{Rd2_i}, "ok", "não ok")$$

Seção	d_i m	bw_i m	bw_{red_i} m	$VRd2_i$ kN	$Vdred_i$ kN	Verificação _i
1	1.216	0.7	0.625	4145.74	1604.7	ok
1a	1.27	0.599	0.524	3629.34	1552.36	ok
2	1.496	0.2	0.2	1632.11	1334.41	ok
3	1.714	0.2	0.2	1869.95	1075.25	ok
4	1.87	0.2	0.2	2040.14	822.66	ok
5	1.963	0.2	0.2	2141.6	579.11	ok
6	1.995	0.2	0.2	2176.51	344.07	ok

b) Cálculo da armadura transversal:

$$f_{ctd} := \frac{0.7 \cdot 0.3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot MPa^{\frac{1}{3}}}{1.4} \quad f_{ctd} = 1.605 \cdot MPa$$

$$Vc1_{temp_i} := Vc0_i \cdot \frac{VRd2_i - Vd_{red_i}}{VRd2_i - Vc0_i} \quad Vc0_i := 0.6 f_{ctd} \cdot bw_{red_i} \cdot d_i$$

$$Vc1_i := \begin{cases} Vc0_i & \text{if } Vd_{red_i} \leq Vc0_i \\ Vc1_{temp_i} & \text{if } Vc0_i < Vd_{red_i} \leq VRd2_i \end{cases}$$

Momento de protensão na viga completa para perdas imediatas e diferidas:

$$MP0_{ee_vc_i} := \begin{cases} NP0_{ee_i} \cdot (dist_{vp_vca} + |y_i|) & \text{if } i = 1 \\ NP0_{ee_i} \cdot (dist_{vp_vcv} + |y_i|) & \text{if } i > 1 \end{cases}$$

$$MP0_{ret_flu_rel_vc_i} := \begin{cases} NP0_{ret_flu_rel_i} \cdot (dist_{vp_vca} + |y_i|) & \text{if } i = 1 \\ NP0_{ret_flu_rel_i} \cdot (dist_{vp_vcv} + |y_i|) & \text{if } i > 1 \end{cases}$$

Tensão no bordo inferior da longarina:

$$\sigma1_i := \sigma(NP0_{ee_i}, \text{Área}_{viga_L}, MP0_{ee_i}, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma3_i := \sigma(NP0_{ee_i}, \text{Área}_{viga_L}, MP0_{ee_i}, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L})$$

Tensão no bordo inferior da viga completa no apoio:

$$\sigma2_i := \sigma(NP0_{ee_i} - NP0_{ret_flu_rel_i}, \text{Área}_{viga_CA}, MP0_{ee_vc_i} - MP0_{ret_flu_rel_vc_i}, -Zi_{viga_CA}, I_{viga_CA})$$

Tensão no bordo inferior da viga completa no vão:

$$\sigma4_i := \sigma(NP0_{ee_i} - NP0_{ret_flu_rel_i}, \text{Área}_{viga_CV}, MP0_{ee_vc_i} - MP0_{ret_flu_rel_vc_i}, -Zi_{viga_CV}, I_{viga_CV})$$

Tensão de descompressão:

$$\sigma0_i := \begin{cases} \sigma1_i - \sigma2_i & \text{if } i < 2 \\ \sigma3_i - \sigma4_i & \text{if } i \geq 2 \end{cases}$$

Seção	Vc0 _i kN	Vc1_temp _i kN	Vc1 _i kN	MP0_ee_vc _i kN.m	MP0_ret_flu_rel_vc _i kN.m	σ1 _i kN/m²	σ3 _i kN/m²	σ2 _i kN/m²	σ4 _i kN/m²	σ0 _i kN/m²
1	731.87	544.75	544.75	-3238.57	-2805.17	-8494.25	-8494.25	-1077.84	-1311.02	-7416.41
1a	640.71	445.27	445.27	-4041.86	-3497.83	-10174.88	-10174.88	-1241.65	-1497.41	-8677.47
2	288.13	63.82	63.82	-5676.68	-4894.34	-13381.09	-13381.09	-1600.59	-1907.02	-11474.07
3	330.11	170.37	170.37	-7258.27	-6206.66	-17197.22	-17197.22	-2017.04	-2384.34	-14812.87
4	360.16	261.01	261.01	-8395.17	-7117.52	-19940.53	-19940.53	-2371.29	-2791.24	-17149.29
5	378.07	334.97	334.97	-9093.38	-7659.45	-21625.16	-21625.16	-2618.5	-3075.6	-18549.56
6	384.23	392.84	384.23	-9357.49	-7858.83	-22261.98	-22261.98	-2723.23	-3196.49	-19065.49

Avaliação do momento de descompressão:

$$M_{0_i} := \begin{cases} -0.9 \sigma_{0_i} \cdot \frac{I_{\text{viga_CA}}}{Z_{i\text{viga_CA}}} & \text{if } i < 2 \\ -0.9 \sigma_{0_i} \cdot \frac{I_{\text{viga_CV}}}{Z_{i\text{viga_CV}}} & \text{if } i \geq 2 \end{cases} \quad V_{c_i} := \begin{cases} 2 \cdot V_{c1_i} & \text{if } 1 + \frac{M_{0_i}}{M_{sd \text{ máx}_i}} > 2 \\ V_{c1_i} \cdot \left(1 + \frac{M_{0_i}}{M_{sd \text{ máx}_i}} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Nas seções 1, 1a e 2 serão empregados estribos com quatro pernas e nas demais seções duas pernas, com espaçamento de 20cm em ambos os casos.

$$V_{sw_i} := \text{if} \left[\left(V_{d_{red_i}} - V_{c_i} \right) \leq 0, 0, \left(V_{d_{red_i}} - V_{c_i} \right) \right]$$

$$\text{Armadura necessária: } A_{sw_i} := \frac{V_{sw_i}}{0.9 d_i \cdot f_{yd} \cdot (\cot(\alpha) + \cot(\theta)) \cdot \sin(\alpha)}$$

$$\text{Armadura mínima: } A_{sw_{\min_i}} := 0.2 b w_i \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$$

$$\text{Armadura adotada: } A_{sw_{adot_i}} := \max(A_{sw_i}, A_{sw_{\min_i}})$$

$$\text{Área necessária de uma perna: } n_{\text{pernas}1} := 4 \quad n_{\text{pernas}2} := 2 \quad s := 20\text{cm}$$

$$\text{área}_{\text{perna}_i} := \begin{cases} \frac{A_{sw_{adot_i}} \cdot s}{n_{\text{pernas}1}} & \text{if } i \leq 3 \\ \frac{A_{sw_{adot_i}} \cdot s}{n_{\text{pernas}2}} & \text{if } i > 3 \end{cases}$$

$$\text{Bitola necessária: } \Phi_{t_i} := \sqrt{\frac{\text{área}_{\text{perna}_i} \cdot 4}{\pi}}$$

Seção	M0 _i kN.m	Msd,máx _i kN.m	Vc _i kN	Vsw _i kN	Asw _i m ² /m	Asw,mín _i m ² /m	Asw,adot _i cm ² /m	área,perna _i cm ²	Φt _i mm
1	4593.7	1	1089.51	515.19	7.5814 10 ⁻⁴	8.9879 10 ⁻⁴	8.988	0.449	7.564
1a	4738.84	1143.48	890.54	661.82	9.325 10 ⁻⁴	7.6896 10 ⁻⁴	9.325	0.466	7.705
2	6266.08	5905.45	127.64	1206.77	1.4435 10 ⁻³	2.568 10 ⁻⁴	14.435	0.722	9.586
3	8089.43	10485.06	301.81	773.44	8.0747 10 ⁻⁴	2.568 10 ⁻⁴	8.075	0.807	10.14
4	9365.37	13466.90	442.52	380.14	3.6376 10 ⁻⁴	2.568 10 ⁻⁴	3.638	0.364	6.806
5	10130.07	15703.80	551.05	28.06	2.5579 10 ⁻⁵	2.568 10 ⁻⁴	2.568	0.257	5.718
6	10411.82	16370.28	628.61	0	0	2.568 10 ⁻⁴	2.568	0.257	5.718

Nas seções 1, 1a, 2 e 4, serão empregados estribos de 10mm, seção 3 estribo de 12,5mm e seções 5 e 6 estribos de 6,3mm.

Mas para adotar uma padronização que facilite a execução do projeto, pode - se empregar estribo de 12,5mm somente na seção 3 e de 10mm para as demais seções.

11.1.11 Avaliação das Tensões no Concreto

A verificação de tensões deve satisfazer os seguintes casos:

11.1.11.1 Estado Limite Último no Ato de Protensão

As tensões de compressão em módulo não podem ultrapassar o valor de $0.7 \cdot f_{ck7} = 19.081 \cdot \text{MPa}$, enquanto que as de tração $1.2 f_{ctm} = 3.852 \text{MPa}$.

Caso ocorram tensões de tração, deve-se prever armaduras dimensionadas no estágio II com tensões de 250MPa.

A verificação a seguir prevê o seguinte caso: 1.1P0 + g1.

Tensões na seção inicial:

$$\sigma_{i_inf_g1_i} := \sigma(0, \text{Área}_{viga_L}, Mg1_i, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{i_sup_g1_i} := \sigma(0, \text{Área}_{viga_L}, Mg1_i, Zs_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{i_inf_P0_i} := \sigma(NP0_ee_i, \text{Área}_{viga_L}, MP0_ee_i, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{i_sup_P0_i} := \sigma(NP0_ee_i, \text{Área}_{viga_L}, MP0_ee_i, Zs_{viga_L}, I_{viga_L})$$

1.1 · σ _{i_inf_P0_i} + σ _{i_inf_g1_i} =	-9.344	· MPa	1.1 · σ _{i_sup_P0_i} + σ _{i_sup_g1_i} =	-8.606	· MPa
	-8.859			-9.156	
	-10.571			-7.357	
	-13.472			-4.23	
	-15.712			-1.817	
	-17.306			-0.124	

$$\text{Condição}_{oi_inf_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (-0.7 \cdot f_{ck7}) \leq (1.1 \cdot \sigma_{i_inf_P0_i} + \sigma_{i_inf_g1_i}) \leq (1.2 \cdot f_{ctm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição}_{i_sup} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (-0.7 \cdot f_{ck7}) \leq (1.1 \cdot \sigma_{i_sup_P0} + \sigma_{i_sup_g1}) \leq (1.2 \cdot f_{ctm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Seção	$\sigma_{i_inf_g1}$ MPa	$\sigma_{i_sup_g1}$ MPa	$\sigma_{i_inf_P0}$ MPa	$\sigma_{i_sup_P0}$ MPa	Condição _{i_inf}	Condição _{i_sup}
1	0	0	-8.494	-7.824	ok	ok
2	2.333	-2.558	-10.175	-5.998	ok	ok
3	4.148	-4.548	-13.381	-2.553	ok	ok
4	5.445	-5.97	-17.197	1.582	ok	ok
5	6.223	-6.823	-19.941	4.551	ok	ok
6	6.482	-7.107	-21.625	6.348	ok	ok

11.1.11.2 Estado Limite de Serviço de Descompressão

Esta verificação prevê o seguinte caso: $P_0 + g + 0.3q$ e $P_\infty + g + 0.3q$.

Tensões na seção final:

Tensões no bordo superior da laje.

As tensões provenientes de g_1 , g_2 e P_0 são iguais a zero.

$$\sigma_{laje_g3_i} := \begin{cases} \sigma(0, \text{Área}_{viga_CA}, Mg_{3_i}, Zs_{viga_CA}, I_{viga_CA}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(0, \text{Área}_{viga_CV}, Mg_{3_i}, Zs_{viga_CV}, I_{viga_CV}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{laje_q_i} := \begin{cases} \sigma(0, \text{Área}_{viga_CA}, Mq_i, Zs_{viga_CA}, I_{viga_CA}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(0, \text{Área}_{viga_CV}, Mq_i, Zs_{viga_CV}, I_{viga_CV}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Perda de protensão:

$$\Delta P_{N_i} := -(NP0_{ee_i} - NP0_{ret_flu_rel_i}) \quad \Delta P_{M_i} := -(MP0_{ee_vc_i} - MP0_{ret_flu_rel_vc_i})$$

$$\sigma_{laje_AP_i} := \begin{cases} \sigma(\Delta P_{N_i}, \text{Área}_{viga_CA}, \Delta P_{M_i}, Zs_{viga_CA}, I_{viga_CA}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(\Delta P_{N_i}, \text{Área}_{viga_CV}, \Delta P_{M_i}, Zs_{viga_CV}, I_{viga_CV}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_0$:

$$\text{Condição}_{f_laje_t0_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{laje_g3_i} + 0.3 \cdot \sigma_{laje_q_i}) \leq 0 \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_\infty$:

$$\text{Condição}_{f_laje_inf_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{laje_AP_i} + \sigma_{laje_g3_i} + 0.3 \cdot \sigma_{laje_q_i}) \leq 0 \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

	$\sigma_{f_laje_g3_i}$	$\sigma_{f_laje_q_i}$	$\sigma_{f_laje_AP_i}$	Condição $\sigma_{f_laje_t0_i}$	Condição $\sigma_{f_laje_inf_i}$
Seção	MPa	MPa	MPa		
1	0	0	0.087	ok	ok
2	-0.53	-1.48	0.146	ok	ok
3	-0.95	-2.62	-0.037	ok	ok
4	-1.17	-3.35	-0.228	ok	ok
5	-1.42	-3.92	-0.383	ok	ok
6	-1.48	-4.09	-0.487	ok	ok

Tensões no bordo superior da longarina:

$$\sigma_{s_long_g1_i} := \sigma(0, \text{Área}_{viga_L}, Mg1_i, Zs_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{s_long_g2_i} := \sigma(0, \text{Área}_{viga_L}, Mg2_i, Zs_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{s_long_g3_i} := \begin{cases} \sigma[0, \text{Área}_{viga_CA}, Mg3_i, (Zs_{viga_CA} - 0.22m), I_{viga_CA}] & \text{if } i = 1 \\ \sigma[0, \text{Área}_{viga_CV}, Mg3_i, (Zs_{viga_CV} - 0.22m), I_{viga_CV}] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{s_long_g_i} := \sigma_{s_long_g1_i} + \sigma_{s_long_g2_i} + \sigma_{s_long_g3_i}$$

$$\sigma_{s_long_q_i} := \begin{cases} \sigma[0, \text{Área}_{viga_CA}, Mq_i, (Zs_{viga_CA} - 0.22m), I_{viga_CA}] & \text{if } i = 1 \\ \sigma[0, \text{Área}_{viga_CV}, Mq_i, (Zs_{viga_CV} - 0.22m), I_{viga_CV}] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{s_long_P0_i} := \sigma(NP0_ee_i, \text{Área}_{viga_L}, MP0_ee_i, Zs_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{s_long_AP_i} := \begin{cases} \sigma[\Delta P_N_i, \text{Área}_{viga_CA}, \Delta P_M_i, (Zs_{viga_CA} - 0.22m), I_{viga_CA}] & \text{if } i = 1 \\ \sigma[\Delta P_N_i, \text{Área}_{viga_CV}, \Delta P_M_i, (Zs_{viga_CV} - 0.22m), I_{viga_CV}] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{s_long_Pinf_i} := \sigma_{s_long_P0_i} + \sigma_{s_long_AP_i}$$

Verificação para $t = t_0$:

$$\text{Condições}_{long_t0_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{s_long_P0_i} + \sigma_{s_long_g_i} + 0.3\sigma_{s_long_q_i}) \leq 0 \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_\infty$:

$$\text{Condições}_{long_inf_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{s_long_Pinf_i} + \sigma_{s_long_g_i} + 0.3\sigma_{s_long_q_i}) \leq 0 \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

	$\sigma_{s_long_g1_i}$	$\sigma_{s_long_g2_i}$	$\sigma_{s_long_g3_i}$	$\sigma_{s_long_q_i}$	$\sigma_{s_long_P0_i}$	$\sigma_{s_long_AP_i}$	$\sigma_{s_long_Pinf_i}$	Condições $_{long_t0_i}$	Condições $_{long_inf_i}$
Seção	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa		
1	0	0	0	0	-7.82	0.191	-7.632	ok	ok
2	-2.56	-2.13	-0.37	-1.02	-6	0.288	-5.71	ok	ok
3	-4.55	-3.79	-0.65	-1.8	-2.55	0.168	-2.385	ok	ok
4	-5.97	-4.95	-0.81	-2.3	1.58	0.047	1.629	ok	ok
5	-6.82	-5.68	-0.98	-2.69	4.55	-0.049	4.502	ok	ok
6	-7.11	-5.92	-1.02	-2.81	6.35	-0.112	6.236	ok	ok

Tensões no bordo Inferior da longarina:

$$\sigma_{i_long_g1_i} := \sigma(0, \text{Área}_{viga_L}, Mg1_i, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{i_long_g2_i} := \sigma(0, \text{Área}_{viga_L}, Mg2_i, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L})$$

$$\sigma_{i_long_g3_i} := \begin{cases} \sigma(0, \text{Área}_{viga_CA}, Mg3_i, -Zi_{viga_CA}, I_{viga_CA}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(0, \text{Área}_{viga_CV}, Mg3_i, -Zi_{viga_CV}, I_{viga_CV}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{i_long_g_i} := \sigma_{i_long_g1_i} + \sigma_{i_long_g2_i} + \sigma_{i_long_g3_i}$$

$$\sigma_{i_long_q_i} := \begin{cases} \sigma(0, \text{Área}_{viga_CA}, Mq_i, -Zi_{viga_CA}, I_{viga_CA}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(0, \text{Área}_{viga_CV}, Mq_i, -Zi_{viga_CV}, I_{viga_CV}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{i_long_P0_i} := \begin{cases} \sigma(NP0_ee_i, \text{Área}_{viga_L}, MP0_ee_i, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(NP0_ee_i, \text{Área}_{viga_L}, MP0_ee_i, -Zi_{viga_L}, I_{viga_L}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{i_long_AP_i} := \begin{cases} \sigma(\Delta P_N_i, \text{Área}_{viga_CA}, \Delta P_M_i, -Zi_{viga_CA}, I_{viga_CA}) & \text{if } i = 1 \\ \sigma(\Delta P_N_i, \text{Área}_{viga_CV}, \Delta P_M_i, -Zi_{viga_CV}, I_{viga_CV}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_{i_long_Pinf_i} := \sigma_{i_long_P0_i} + \sigma_{i_long_AP_i}$$

Verificação para $t = t_0$:

$$\text{Condição}_{i_long_t0_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{i_long_P0_i} + \sigma_{i_long_g_i} + 0.3 \cdot \sigma_{i_long_q_i}) \leq 0 \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_\infty$:

$$\text{Condição}_{i_long_inf_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{i_long_Pinf_i} + \sigma_{i_long_g_i} + 0.3 \cdot \sigma_{i_long_q_i}) \leq 0 \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Seção	$\sigma_{i_long_g1_i}$ MPa	$\sigma_{i_long_g2_i}$ MPa	$\sigma_{i_long_g3_i}$ MPa	$\sigma_{i_long_q_i}$ MPa	$\sigma_{i_long_P0_i}$ MPa	$\sigma_{i_long_AP_i}$ MPa	$\sigma_{i_long_Pinf_i}$ MPa	Condição _{i_long_t0_i}	Condição _{i_long_inf_i}
1	0	0	0	0	-8.49	1.078	-7.416	ok	ok
2	2.33	1.94	1.05	2.91	-10.17	1.497	-8.677	ok	ok
3	4.15	3.46	1.87	5.16	-13.38	1.907	-11.474	ok	ok
4	5.44	4.51	2.31	6.6	-17.2	2.384	-14.813	ok	ok
5	6.22	5.18	2.81	7.72	-19.94	2.791	-17.149	ok	ok
6	6.48	5.4	2.92	8.05	-21.63	3.076	-18.55	ok	ok

11.1.11.3 Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras

Esta verificação prevê o seguinte caso: $P_0 + g + 0.5q$ e $P_\infty + g + 0.5q$

Tensões na seção final:

Tensões no bordo superior da laje:

Verificação para $t = t_0$:

$$\text{Condição}_{\text{laje_}t_0_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{\text{laje_}g3_i} + 0.5 \cdot \sigma_{\text{laje_}q_i}) \leq f_{\text{ctm}} \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_\infty$:

$$\text{Condição}_{\text{laje_inf}_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{\text{laje_}\Delta P_i} + \sigma_{\text{laje_}g3_i} + 0.5 \cdot \sigma_{\text{laje_}q_i}) \leq f_{\text{ctm}} \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Seção	Condição _{laje_t0i}	Condição _{laje_inf_i}
1	ok	ok
2	ok	ok
3	ok	ok
4	ok	ok
5	ok	ok
6	ok	ok

Tensões no bordo superior da longarina:

Verificação para $t = t_0$:

$$\text{Condição}_{\text{long_}t_0_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{\text{long_}P0_i} + \sigma_{\text{long_}g_i} + 0.5 \cdot \sigma_{\text{long_}q_i}) \leq f_{\text{ctm}} \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_\infty$:

$$\text{Condição}_{\text{long_inf}_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{\text{long_}P_{\text{inf}}_i} + \sigma_{\text{long_}g_i} + 0.5 \cdot \sigma_{\text{long_}q_i}) \leq f_{\text{ctm}} \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Seção	Condição _{long_t0i}	Condição _{long_inf_i}
1	ok	ok
2	ok	ok
3	ok	ok
4	ok	ok
5	ok	ok
6	ok	ok

Tensões no bordo Inferior da longarina:

Verificação para $t = t_0$:

$$\text{Condição}_{\text{oi_long_}t_0_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{\text{oi_long_}P_0_i} + \sigma_{\text{oi_long_}g_i} + 0.5 \cdot \sigma_{\text{oi_long_}q_i}) \leq f_{\text{ctm}} \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação para $t = t_\infty$:

$$\text{Condição}_{\text{oi_long_inf}_i} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\sigma_{\text{oi_long_Pinf}_i} + \sigma_{\text{oi_long_}g_i} + 0.5 \cdot \sigma_{\text{oi_long_}q_i}) \leq f_{\text{ctm}} \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Seção	Condição _{oi_long_t0_i}	Condição _{oi_long_inf_i}
1	ok	ok
2	ok	ok
3	ok	ok
4	ok	ok
5	ok	ok
6	ok	ok

11.1.12 Avaliação do Alongamento Teórico do Cabo de Protensão

O cálculo do alongamento é feito através lei de Hooke.

$$\Sigma \alpha(x) := -\text{atan}(s(0\text{m})) + \text{atan}(s(x)) \quad \mu := 0.15 \quad k := \frac{0.0001}{\text{m}}$$

$$\text{Perda de protensão: } \Delta P_{0_a}(x) := P_i \cdot \left[1 - e^{-(\mu \cdot \Sigma \alpha(x) + k \cdot x)} \right]$$

Força de protensão disponível após perda por atrito: $P_{0_a}(x) := P_i - \Delta P_{0_a}(x)$

$$\text{Alongamento teórico do cabo: } \delta_{\text{along}}(s) = 2 \cdot \int_{s_i}^{s_f} \frac{P_{0_a}(s)}{E_p \cdot \text{área}_{\text{cord}}} ds$$

Mudando a variável de integração para dx, temos: $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dx \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

$$\text{Com isso, } \delta_{\text{along}} := 2 \cdot \int_0^{\frac{L_{\text{long}}}{2}} \frac{P_{0_a}(x)}{E_p \cdot \text{área}_{\text{cord}}} \cdot \left(\sqrt{1 + s(x)^2} \right) dx \quad \delta_{\text{along}} = 22.4\text{cm}$$

11.1.13 Avaliação do Pré-Alongamento

Força de protensão no instante t_∞ : $P_{0_ret_flu_rel_6} = 6087.4\text{kN}$

Coeficiente de ponderação: $\gamma_p := 0.9$

Força de protensão de cálculo: $P_d := \gamma_p \cdot P_{0_ret_flu_rel_6} \quad P_d = 5478.66\text{kN}$

Esforços solicitantes de protensão no instante t_{∞} :

$$NP0_ret_flu_rel_6 = -6087.4 \text{ kN} \quad MP0_ret_flu_rel_6 = -7861.58 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Esforços solicitantes de cálculo:

$$N_d := \gamma_p \cdot NP0_ret_flu_rel_6 \quad N_d = -5478.66 \text{ kN} \quad M_d := \gamma_p \cdot MP0_ret_flu_rel_6 \quad M_d = -7075.42 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Módulo de elasticidade do concreto à 28 dias: $E_{cs28} := 0.85 E_{ci28}$ $E_{cs28} = 28160.54 \text{ MPa}$

$$\text{Deformação na armadura: } \varepsilon_{pd} := \frac{P_d}{E_p \cdot \text{área}_{\text{cord}}} \quad \varepsilon_{pd} = 0.005017$$

$$\text{Deformação no concreto ao nível do baricentro: } \varepsilon_{c0} := \left(\frac{|N_d|}{\text{Área}_{\text{viga_C}}} + \frac{|M_d| \cdot |y(x_6)|}{I_{\text{viga_C}}} \right) \cdot \frac{1}{E_{cs28}}$$

$$\varepsilon_{c0} = 0.00036$$

$$\text{Pré-alongamento: } \varepsilon_{pt} := \varepsilon_{pd} + \varepsilon_{c0} \quad \varepsilon_{pt} = 0.005377$$

Deformação no ELU:

$$M_{d6} := 16370.2 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad k_{md6} := 0.0495 \quad k_{md6} \leq k_{md_limite} \quad k_x := 0.07 \quad \text{Domínio 2}$$

$$\Delta \varepsilon := 0.01$$

$$\text{Deformada total: } \varepsilon_{\text{total}} := \varepsilon_{pt} + \Delta \varepsilon \quad \varepsilon_{\text{total}} = 0.015$$

$$\text{Tensão de escoamento na armadura: } f_{pyd} = 1486.957 \text{ MPa}$$

$$\text{Deformação de escoamento: } \varepsilon_{pyd} := \frac{f_{pyd}}{E_p} \quad \varepsilon_{pyd} = 0.007625$$

A armadura ativa está no escoamento.

11.2 Exemplo 2 – Método do Carregamento Equivalente

Força de protensão inicial: $P_i = 7852.32 \text{ kN}$

Flecha do cabo parabólico: $f := |e_{x_2} - e_{x_1}| \quad f = 0.778 \text{ m}$

Carga equivalente: $q_r := \frac{8 \cdot P_i \cdot f}{L_{\text{long}}^2} \quad q_r = 49.59 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Esforços de extremidade: $MPi_1 = -145.34 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad VPi_1 := \frac{-q_r \cdot L_{\text{long}}}{2} = -778.63 \text{ kN}$

Equação dos esforços solicitantes a partir da carga equivalente:

$$M(x) := MPi_1 + VPi_1 \cdot x + q_r \cdot \frac{x^2}{2} \quad V(x) := \frac{d}{dx} M(x)$$

Seção	Carga Equivalente		Força de Protensão	
	V_i kN	M_i kN.m	VPi_i kN	MPi_i kN.m
1	-778.63	-145.34	-774.83	-145.34
2	-622.9	-2345.75	-620.95	-2339.11
3	-467.18	-4057.18	-466.35	-4050.73
4	-311.45	-5279.63	-311.21	-5276.19
5	-155.73	-6013.1	-155.7	-6012.63
6	0	-6257.59	0	-6258.3

Diagrama de Momento Fletor:

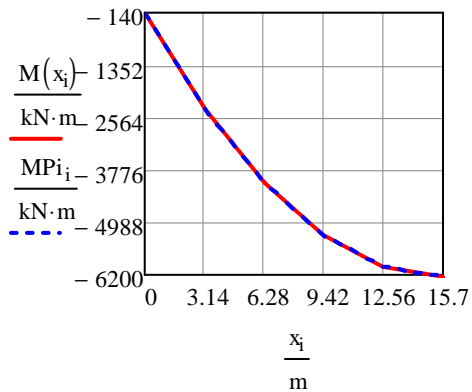
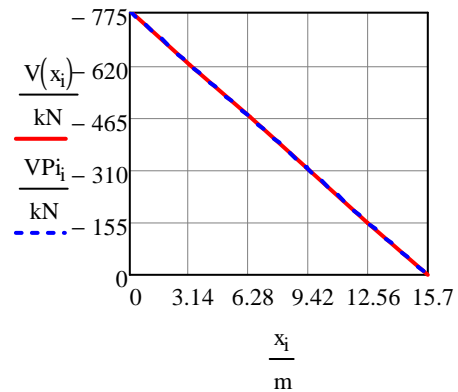


Diagrama de Esforço Cortante:



Os resultados obtidos pelo método da carga equivalente são satisfatórios, por apresentarem diferença máxima entre os resultados obtidos em torno de 0,5%.

11.3 Exemplo 3 – Avaliação dos Resultados da Modelagem pelo Programa SAP

Este exemplo tem por objetivo avaliar os esforços de protensão com suas respectivas perdas, obtidos através do programa SAP2000 com os resultados do exemplo 1.

Antes de apresentarmos os resultados, segue breve descrição da estrutura a ser modelada em forma de tabelas e figura.

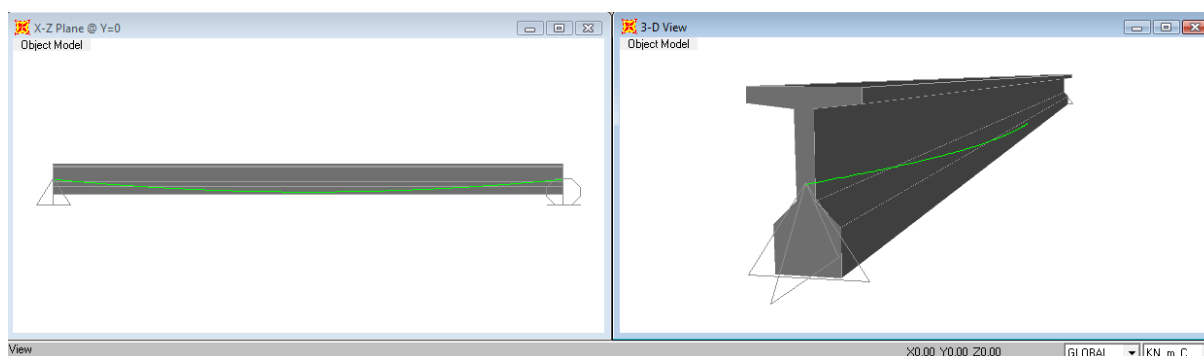
Seções empregadas:

TABLE: Tendon Section Definitions

TendonSect	ModelOpt	PreType	Material	Specify	Diameter	Area
Text	Text	Text	Text	Text	m	m2
TEN1	Loads	Prestress	Cordoalha	Area	0,08444	0,0056

TABLE: Frame Section Properties 01 - General

SectionName	Material	Shape	t3	t2	Area	I33
Text	Text	Text	m	m	m2	m4
VIGA	Concreto	PC Conc I Girder	1,87	1,2	0,8715	0,369522



Traçado do cabo parabólico:

TABLE: Tendon Layout Data 02 - Segments

Tendon	SegType	XGlobal	YGlobal	ZGlobal
Text	Text	m	m	m
2	Start of Tendon	-15,7	0	-0,0186
2	Parabola Intermediate Point	-7,85	0	-0,6024
2	Parabola End Point	0	0	-0,797
2	Parabola Intermediate Point	7,85	0	-0,6024
2	Parabola End Point	15,7	0	-0,0186

Carregamento:

TABLE: Load Case Definitions

LoadCase	DesignType	SelfWtMult
Text	Text	Unitless
DEAD	DEAD	1
PROTENSÃO	OTHER	0

Força de protensão inicial com suas respectivas perdas e coeficientes:

TABLE: Tendon Loads - Tension Force Or Stress

Tendon	LoadCase	LoadType	Force	JackFrom	Curvature	Wobble	LossAnchor	LossEShort	LossCreep	LossShrink	LossSRelax
Text	Text	Text	KN	Text	Unitless	1/m	m	KN/m2	KN/m2	KN/m2	KN/m2
2	PROTENSÃO	Force	7852,32	Both	0,15	0,0001	0,006	30416,16	65874,09	46305,88	77864,9

Os casos a seguir estão dispostos da seguinte forma:

- a) Esforços de protensão desconsiderando perdas;
- b) Esforços de protensão após perdas por atrito;
- c) Esforços de protensão após perdas por atrito e cravação;
- d) Esforços de protensão após perdas por atrito, cravação e encurtamento imediato do concreto;
- e) Esforços de protensão após perdas diferidas.

Como as perdas por encurtamento imediato do concreto e as diferidas são dados de entrada, ou seja, onde o usuário define o valor da perda de tensão para cada caso, constante ao longo do cabo. No exemplo foram utilizados os valores obtidos pela média aritmética das tensões em cada seção.

- a) Esforços de protensão desconsiderando perdas;

SAP2000:

TABLE: Tendon Loads - Tension Force Or Stress

Tendon	LoadCase	LoadType	Force	JackFrom	Curvature	Wobble	LossAnchor	LossEShort	LossCreep	LossShrink	LossSRelax
Text	Text	Text	KN	Text	Unitless	1/m	m	KN/m2	KN/m2	KN/m2	KN/m2
2	PROTENSÃO	Force	7852,32	Both	0	0	0	0	0	0	0

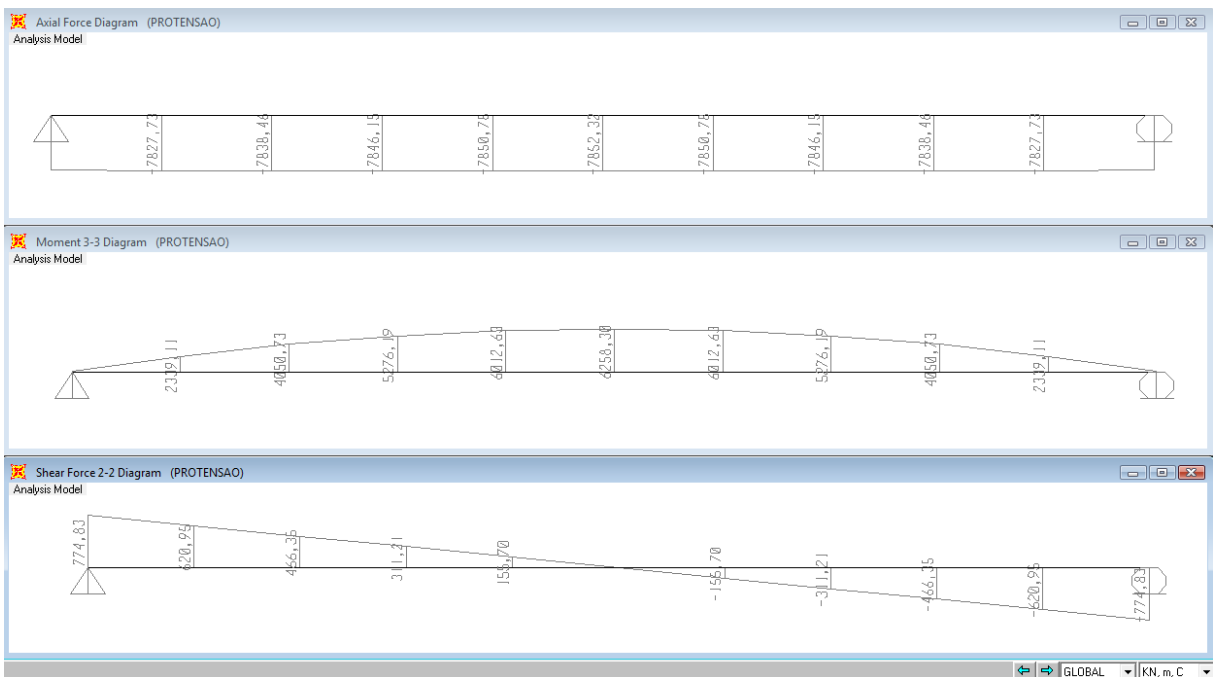


TABLE: Element Forces - Frames

Frame	Station	OutputCase	P	M3	V2
Text	m	Text	KN	KN-m	KN
1	0	PROTENSÃO	-7814,00	-145,34	774,83
2	0	PROTENSÃO	-7827,73	-2339,11	620,95
3	0	PROTENSÃO	-7838,46	-4050,73	466,35
4	0	PROTENSÃO	-7846,15	-5276,19	311,21
5	0	PROTENSÃO	-7850,78	-6012,63	155,70
6	0	PROTENSÃO	-7852,32	-6258,30	0,00

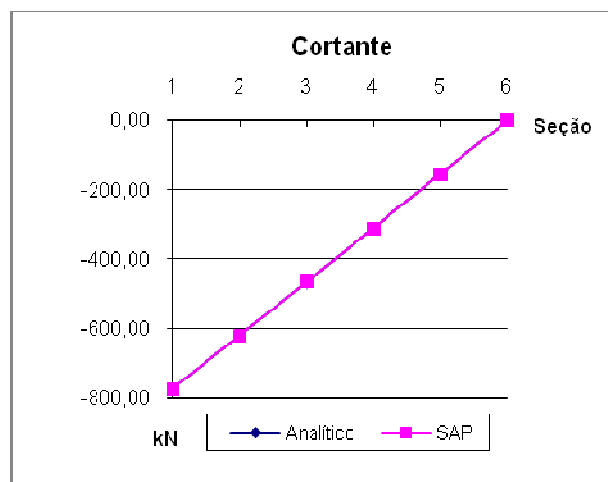
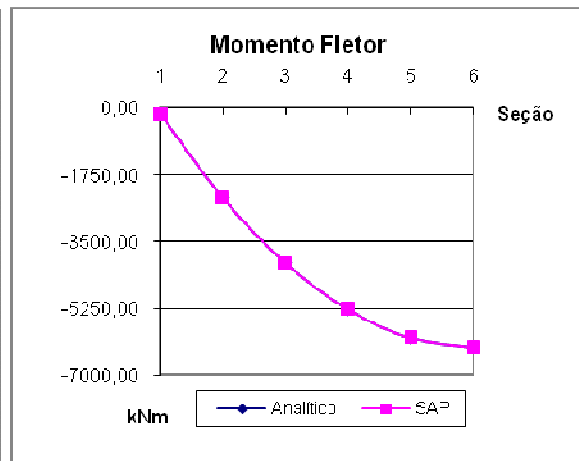
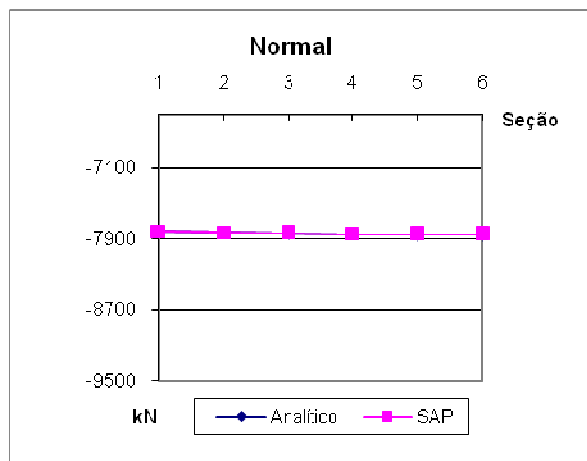
Resultado analítico:

Seção	NP_i kN	MP_i kN.m	VP_i kN
1	-7814	-145.34	-774.83
2	-7827.73	-2339.11	-620.95
3	-7838.46	-4050.73	-466.35
4	-7846.15	-5276.19	-311.21
5	-7850.78	-6012.63	-155.7
6	-7852.32	-6258.3	0

Comparações:

Relação:

Seção	P/NP_i	$M3/MP_i$	$V2/VP_i$
1	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0000	1,0000	1,0000
3	1,0000	1,0000	1,0000
4	1,0000	1,0000	1,0000
5	1,0000	1,0000	1,0000
6	1,0000	1,0000	1,0000



Os resultados do SAP foram idênticos aos valores obtidos pelo cálculo a partir das excentricidades do cabo.

b) Esforços de protensão após perdas por atrito;

SAP2000:

TABLE: Tendon Loads - Tension Force Or Stress

Tendon	LoadCase	LoadType	Force	JackFrom	Curvature	Wobble	LossAnchor	LossEShort	LossCreep	LossShrink	LossSRelax
Text	Text	Text	KN	Text	Unitless	1/m	m	KN/m2	KN/m2	KN/m2	KN/m2
2	PROTENSÃO	Force	7852,32	Both	0,15	0,0001	0	0	0	0	0

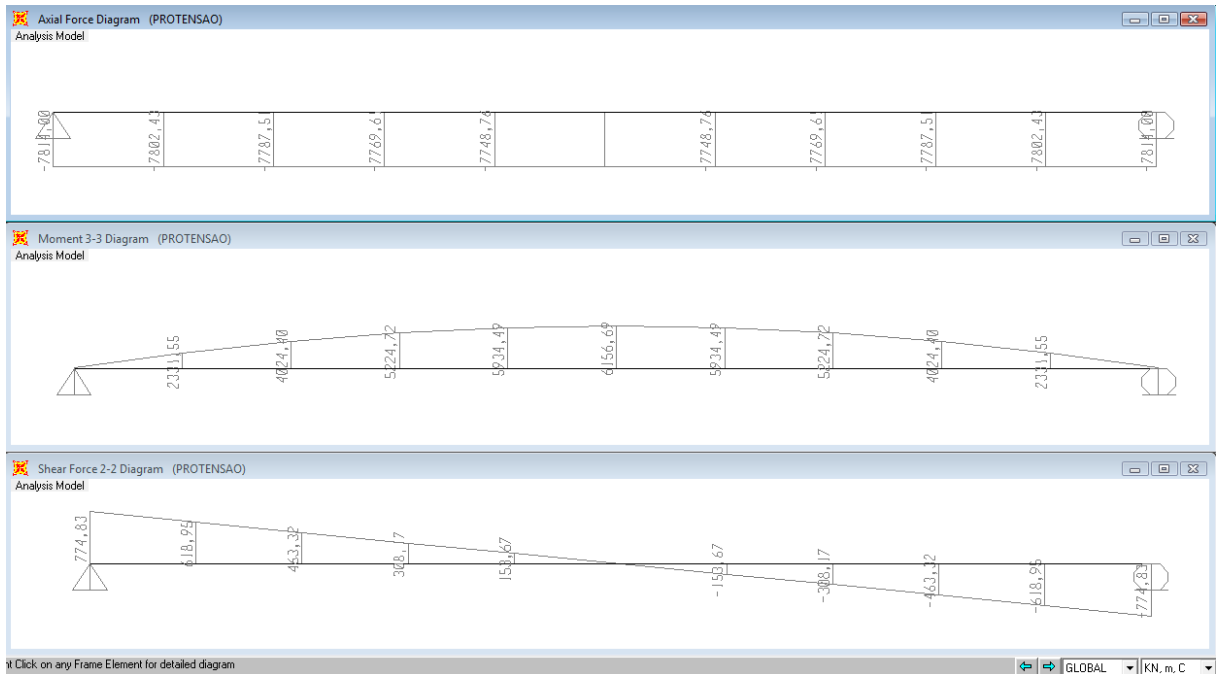


TABLE: Element Forces - Frames

Frame	Station	OutputCase	P	M3	V2
Text	m	Text	KN	KN-m	KN
1	0	PROTENSÃO	-7814,00	-145,34	-774,83
2	0	PROTENSÃO	-7802,43	-2331,55	-618,95
3	0	PROTENSÃO	-7787,51	-4024,40	-463,32
4	0	PROTENSÃO	-7769,61	-5224,72	-308,17
5	0	PROTENSÃO	-7748,76	-5934,49	-153,67
6	0	PROTENSÃO	-7724,83	-6156,69	0,00

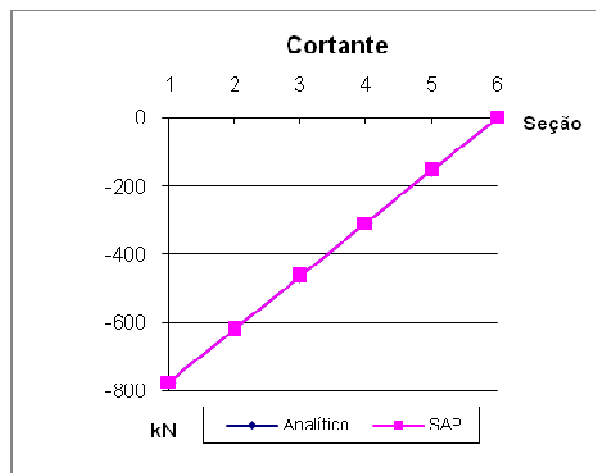
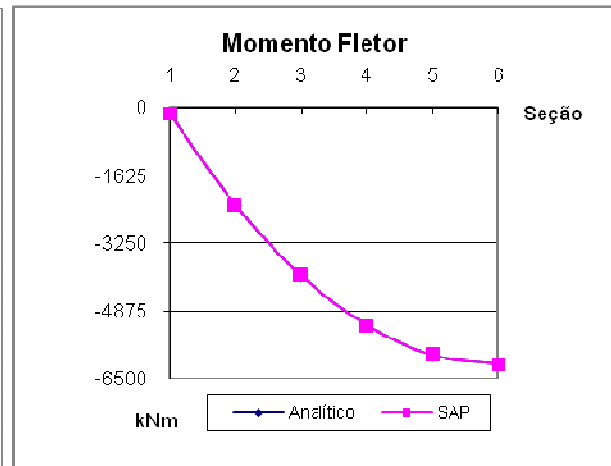
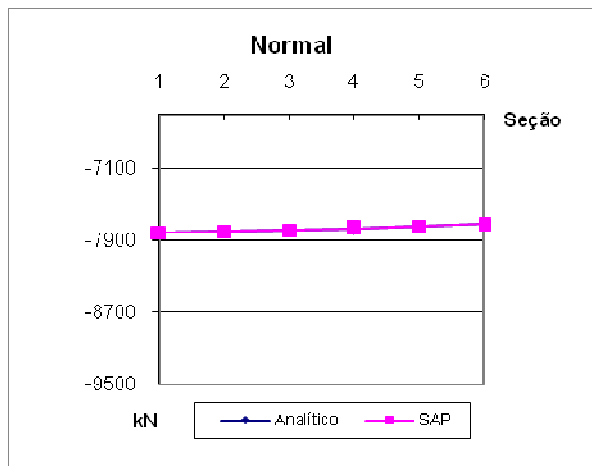
Resultado analítico:

Seção	p _{ai}	NP0 _{ai} kN	MP0 _{ai} kN.m	VP0 _{ai} kN
1	1	-7814,00	-145,34	-774,83
2	0,99674	-7802,21	-2331,49	-618,93
3	0,99348	-7787,37	-4024,32	-463,31
4	0,99023	-7769,47	-5224,63	-308,17
5	0,98698	-7748,55	-5934,33	-153,67
6	0,98374	-7724,63	-6156,53	0,00

Comparações:

Relação:

Seção	P/NP0 _{a_i}	M3/MP0 _{a_i}	V2/VP0 _{a_i}
1	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0000	1,0000	1,0000
3	1,0000	1,0000	1,0000
4	1,0000	1,0000	1,0000
5	1,0000	1,0000	1,0000
6	1,0000	1,0000	1,0000



Os resultados do SAP foram idênticos aos valores obtidos pelo cálculo a partir das excentricidades do cabo.

c) Esforços de protensão após perdas por atrito e cravação;

SAP2000:

TABLE: Tendon Loads - Tension Force Or Stress

Tendon	LoadCase	LoadType	Force	JackFrom	Curvature	Wobble	LossAnchor	LossEShort	LossCreep	LossShrink	LossSRelax
Text	Text	Text	KN	Text	Unitless	1/m	m	KN/m2	KN/m2	KN/m2	KN/m2
2	PROTENSÃO	Force	7852,32	Both	0,15	0,0001	0,006	0	0	0	0

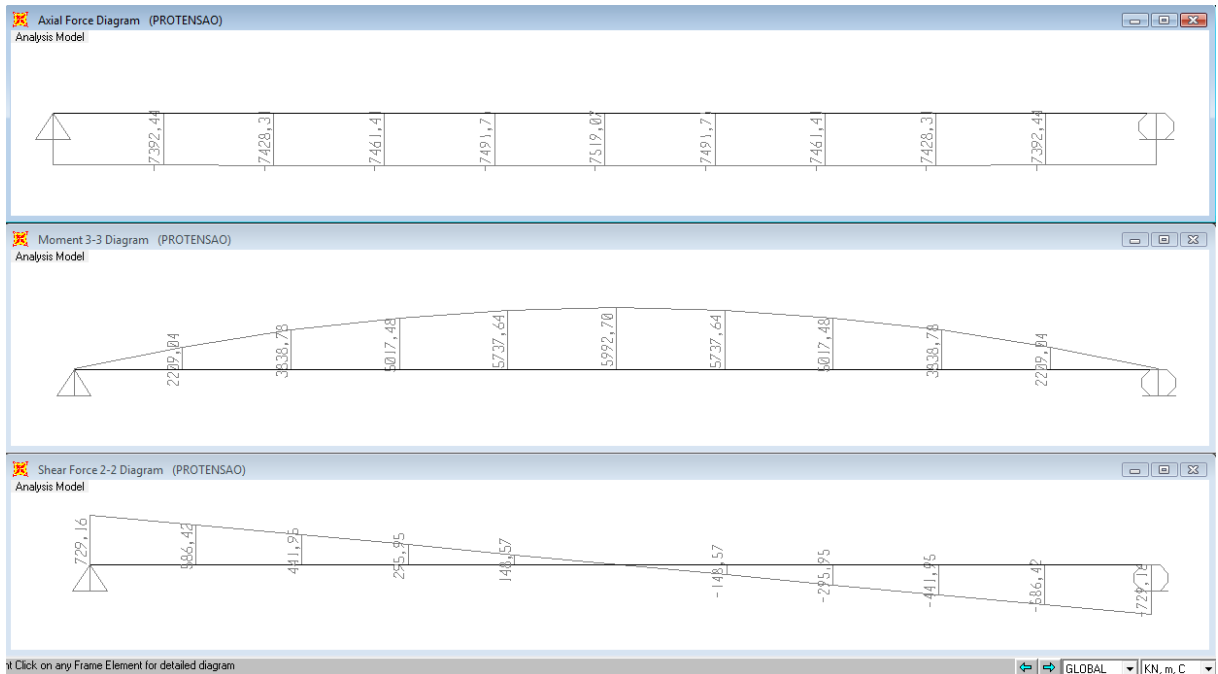


TABLE: Element Forces - Frames

Frame	Station	OutputCase	P	M3	V2
Text	m	Text	KN	KN-m	KN
1	0	PROTENSÃO	-7353,44	-136,77	-729,16
2	0	PROTENSÃO	-7392,44	-2209,04	-586,42
3	0	PROTENSÃO	-7428,31	-3838,78	-441,95
4	0	PROTENSÃO	-7461,41	-5017,48	-295,95
5	0	PROTENSÃO	-7491,71	-5737,64	-148,57
6	0	PROTENSÃO	-7519,07	-5992,70	0,00

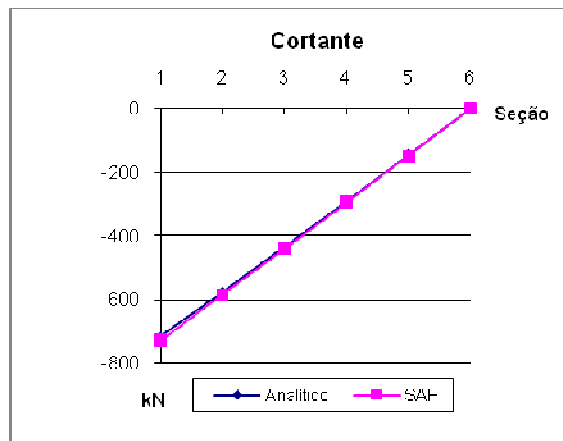
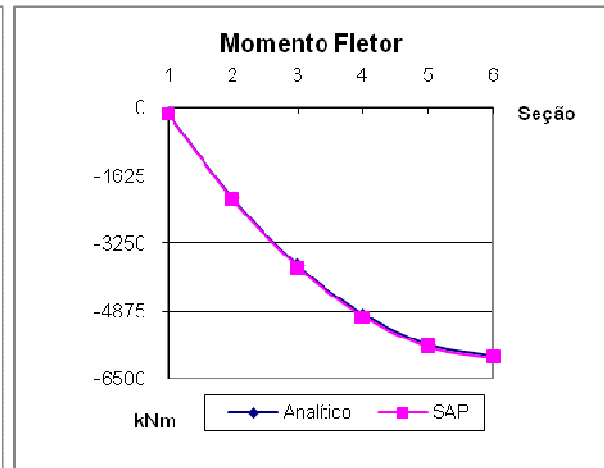
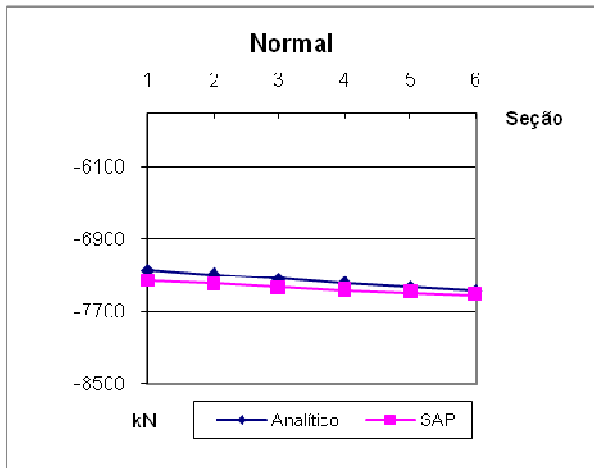
Resultado analítico:

Seção	NP0_c _i kN	MP0_c _i kN.m	VP0_c _i kN
1	-7239.87	-134.66	-717.90
2	-7290.78	-2178.66	-578.36
3	-7339.02	-3792.63	-436.64
4	-7384.50	-4965.75	-292.90
5	-7427.15	-5688.19	-147.29
6	-7466.92	-5951.13	0.00

Comparações:

Relação:

Seção	P/NP0_c _i	M3/MP0_c _i	V2/VP0_c _i
1	1,0157	1,0157	1,0157
2	1,0139	1,0139	1,0139
3	1,0122	1,0122	1,0122
4	1,0104	1,0104	1,0104
5	1,0087	1,0087	1,0087
6	1,0070	1,0070	1,0000



Os resultados obtidos com o SAP apresentaram apenas 1,6% de diferença em relação aos resultados obtidos a partir das excentricidades do cabo.

d) Esforços de protensão após perdas por atrito, cravação e encurtamento imediato do concreto;

SAP2000:

TABLE: Tendon Loads - Tension Force Or Stress

Tendon	LoadCase	LoadType	Force	JackFrom	Curvature	Wobble	LossAnchor	LossEShort	LossCreep	LossShrink	LossSRelax
Text	Text	Text	KN	Text	Unitless	1/m	m	KN/m2	KN/m2	KN/m2	KN/m2
2	PROTENSÃO	Force	7852,32	Both	0,15	0,0001	0,006	30416,64	0	0	0

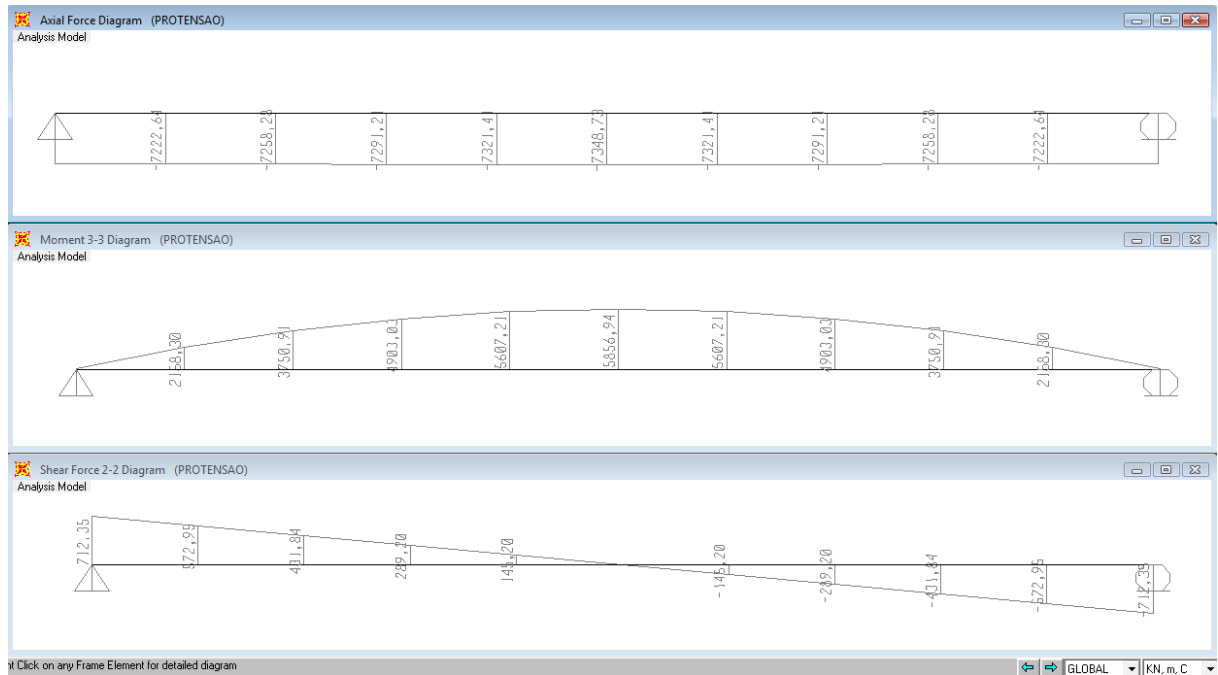


TABLE: Element Forces - Frames

Frame	Station	OutputCase	P	M3	V2
Text	m	Text	KN	KN-m	KN
1	0	PROTENSÃO	-7183,94	-133,62	-712,35
2	0	PROTENSÃO	-7222,64	-2158,30	-572,95
3	0	PROTENSÃO	-7258,28	-3750,91	-431,84
4	0	PROTENSÃO	-7291,21	-4903,03	-289,20
5	0	PROTENSÃO	-7321,41	-5607,21	-145,20
6	0	PROTENSÃO	-7348,73	-5856,94	0,00

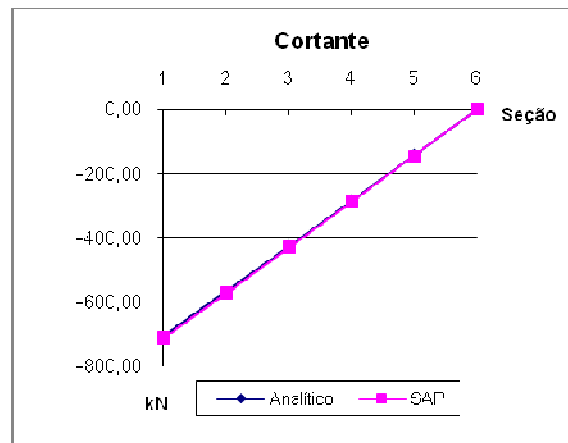
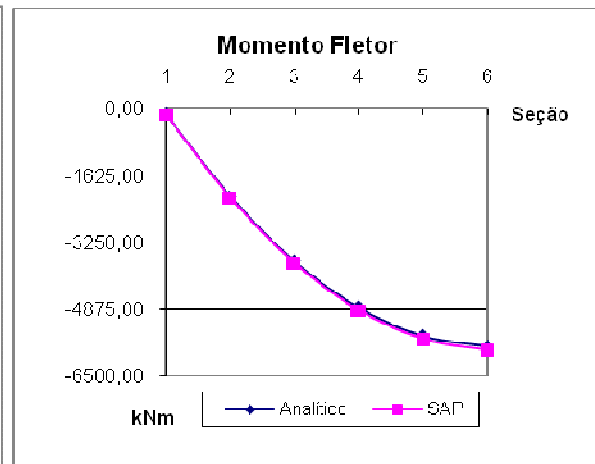
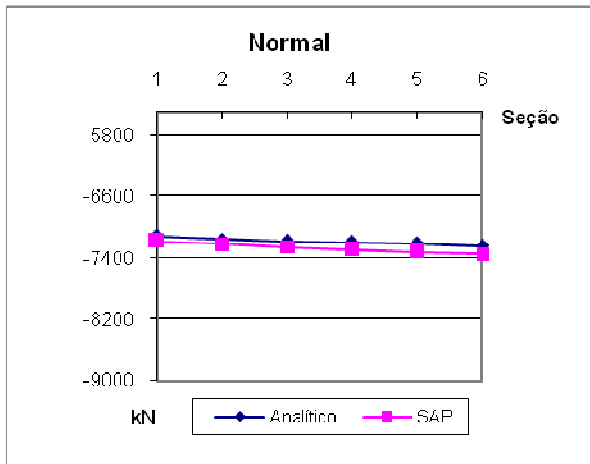
Resultado analítico:

Seção	NP0_ee _i kN	MP0_ee _i kN.m	VP0_ee _i kN
1	-7123.99	-132.51	-706.41
2	-7160.29	-2139.67	-568.01
3	-7180.72	-3710.83	-427.22
4	-7196.89	-4839.59	-285.46
5	-7217.54	-5527.65	-143.14
6	-7248.25	-5776.86	0.00

Comparações:

Relação:

Seção	P/NP0_ee _i	M3/MP0_ee _i	V2/VP0_ee _i
1	1,0084	1,0084	1,0084
2	1,0087	1,0087	1,0087
3	1,0108	1,0108	1,0108
4	1,0131	1,0131	1,0131
5	1,0144	1,0144	1,0144
6	1,0139	1,0139	1,0000



Os resultados obtidos com o SAP apresentaram apenas 1,5% de diferença em relação aos resultados obtidos a partir das excentricidades do cabo.

e) Esforços de protensão após perdas diferidas.

Apenas para fins de comparação entre os resultados analisados, a seção utilizada nesta etapa é a longarina. Sabendo-se que na avaliação em projeto para perdas diferidas, a seção a ser considerada deve ser a completa, ou seja, longarina mais laje colaborante.

SAP2000:

TABLE: Tendon Loads - Tension Force Or Stress

Tendon	LoadCase	LoadType	Force	JackFrom	Curvature	Wobble	LossAnchor	LossEShort	LossCreep	LossShrink	LossSRelax
Text	Text	Text	KN	Text	Unitless	1/m	m	KN/m2	KN/m2	KN/m2	KN/m2
2	PROTENSÃO	Force	7852,32	Both	0,15	0,0001	0,006	30416,16	65874,09	46305,88	77864,9

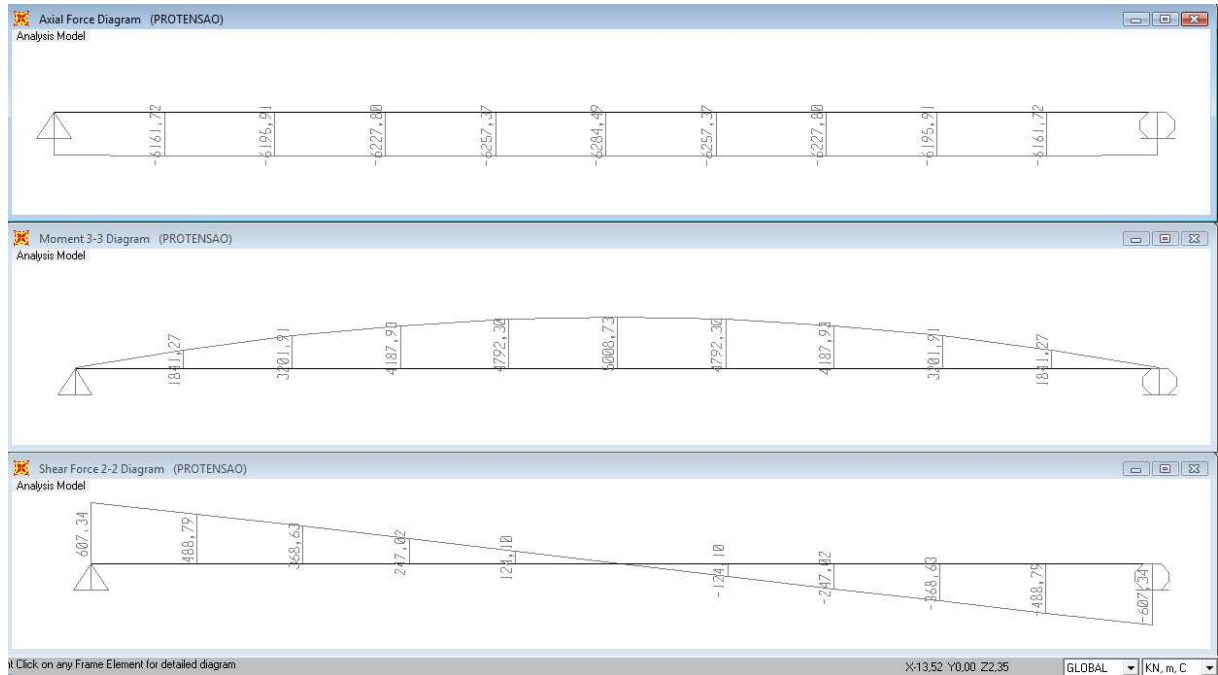


TABLE: Element Forces - Frames

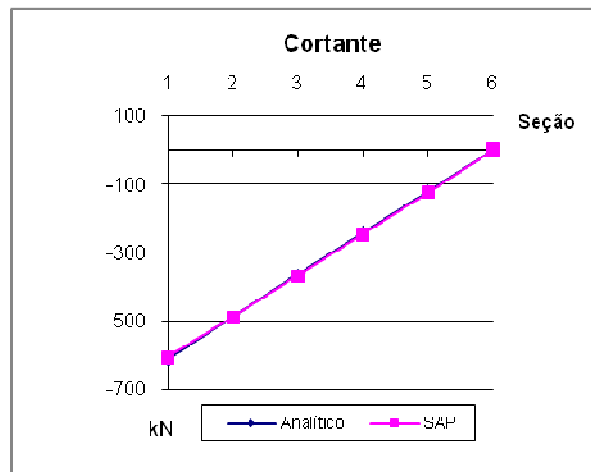
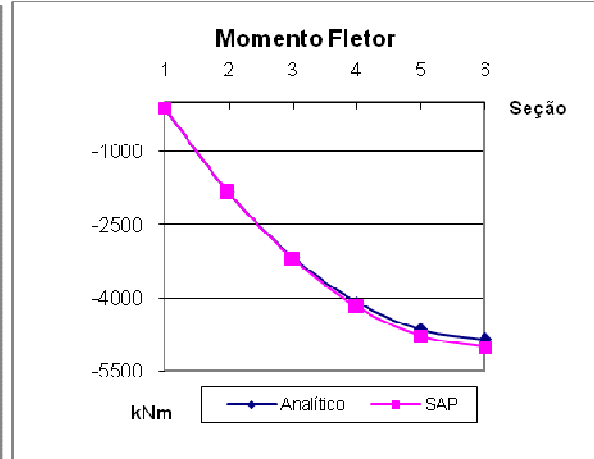
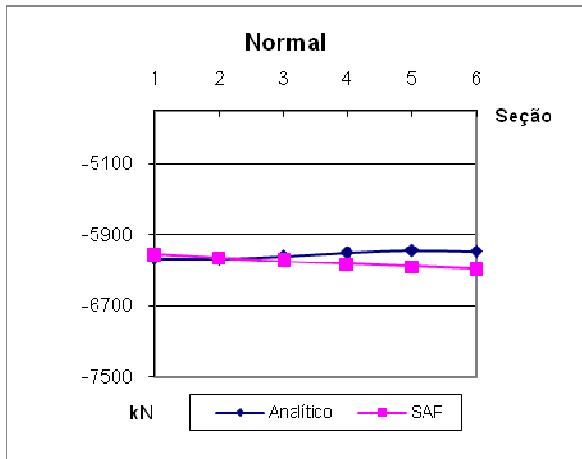
Frame	Station	OutputCase	P	M3	V2
Text	m	Text	KN	KN-m	KN
1	0	PROTENSÃO	-6124,88	-113,92	-607,34
2	0	PROTENSÃO	-6161,72	-1841,27	-488,79
3	0	PROTENSÃO	-6195,91	-3201,91	-368,63
4	0	PROTENSÃO	-6227,80	-4187,93	-247,02
5	0	PROTENSÃO	-6257,37	-4792,30	-124,10
6	0	PROTENSÃO	-6284,49	-5008,73	0,00

Resultado analítico:

Seção	NP0_ret_flu_rel _i kN	MP0_ret_flu_rel _i kN.m	VP0_ret_flu_rel _i kN
1	-6170,64	-114,77	-611,88
2	-6173,49	-1844,79	-489,73
3	-6140,34	-3173,18	-365,32
4	-6101,6	-4103,05	-242,01
5	-6079,41	-4656	-120,57
6	-6087,4	-4851,66	0

Comparações:

Seção	P/NP0_ret_flu_rel _i	M3/MP0_ret_flu_rel _i	V2/VP0_ret_flu_rel _i
1	0,9926	0,9926	0,9926
2	0,9981	0,9981	0,9981
3	1,0091	1,0091	1,0091
4	1,0207	1,0207	1,0207
5	1,0293	1,0293	1,0292
6	1,0324	1,0324	1,0000



Os resultados obtidos com o SAP apresentaram apenas 3,3% de diferença em relação aos resultados obtidos a partir das excentricidades do cabo.

12. Conclusões

O tutorial do SAP2000, para modelagem dos cabos, apresenta linguagem bastante objetiva, o que facilita o aprendizado. Os motivos que me levaram adquirir certa facilidade na modelagem podem ser creditados ao fato de ser usuário e estar habituado à plataforma de modelagem do programa. Talvez o usuário que tenha seu primeiro contato com o SAP não encontre a mesma facilidade.

O programa auxilia a modelagem com o uso de galerias de modelos pré-estabelecidos para os traçados dos cabos. A galeria conta com traçados lineares, poligonais, parabólicos e circulares, mas nada impede que o usuário faça uso de traçado misto. Apesar de o exemplo apresentar apenas o modelo com cabo médio, é possível modelar vários cabos. Para tanto basta apenas repetir os procedimentos abordados para modelagem do cabo médio.

Os esforços solicitantes, isostáticos e hiperestáticos, são obtidos diretamente da ação de protensão para o traçado do cabo. Os resultados em termos dos esforços finais são de grande praticidade por eliminar a necessidade do cálculo expedito profissional. Esse cálculo se dá através da excentricidade de cada cabo, para os esforços isostáticos, e do hiperestático de protensão, para estruturas hiperestáticas, sendo os esforços obtidos pela soma das parcelas dos esforços isostáticos e dos hiperestáticos de protensão.

A avaliação da ação decorrente da protensão mostrou-se eficiente, mas com algumas limitações. Os aspectos positivos são apontados como a possibilidade de simulação de ancoragem passiva, de aplicação da protensão como força ou tensão e da avaliação direta das perdas imediatas por atrito e cravação. Apesar dessas vantagens, uma limitação bastante significativa é o fato da necessidade de valores de tensões médias representativas das perdas por encurtamento imediato e progressivas como dados de entrada fornecidos pelo usuário. Logo, é necessária experiência profissional para estimativa destas. O que é um obstáculo para a maioria dos engenheiros recém formados, por ainda não possuírem tal ordem de grandeza.

Com relação às comparações realizadas no exemplo 3, chegamos às seguintes constatações: os resultados dos esforços nos itens a) e b) foram 100% satisfatórios, pois os esforços solicitantes decorrentes da protensão pelo cálculo expedito e pela modelagem apresentaram os mesmos valores. No item c) apesar de não apresentadas, foram realizadas três aproximações (1 - 1,25 - 1,5) para inclinação da reta de perda por cravação em relação à inclinação da reta da perda por atrito.. A relação de inclinação de 1,5 vezes foi a que apresentou melhor resultado, com diferença máxima em torno de 1,6%.em relação ao cálculo expedito. No item d) foi necessário atribuir o valor da tensão média da perda por encurtamento imediato do concreto, enquanto que para o item e) além do encurtamento foram atribuídos mais três parcelas para as perdas progressivas. No item e) apesar das 4 parcelas para as perdas, a maior diferença entre o cálculo expedito e a modelagem se deu na seção à meio vão com valor em torno de 3,3%. Com base nestes valores e constatações, considero os resultados obtidos da avaliação da modelagem dos cabos de protensão satisfatórios.

Agora, analisemos a avaliação das perdas progressivas pelos três processos de cálculo da NBR6118. Por ser necessário consultar e aplicar um número maior de tabelas e fórmulas, o processo completo, que avalia as perdas separadamente, foi o de maior dificuldade de aplicação. Enquanto isso, os processos simplificado e aproximado apresentaram-se de fácil aplicação, sendo o processo aproximado o de maior facilidade em aplicação por apresentar uma quantidade menor de parcelas para aplicação das fórmulas. No exemplo estudado, o processo simplificado foi o que apresentou resultados mais próximos dos obtidos pelo processo completo.

Sobre o Projeto de Graduação desenvolvido, o considerei de grande importância por complementar e solidificar minha formação acadêmica.

Bibliografia

ABNT NBR 6118:2003 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, versão corrigida, ABNT, 2003.

ABNT NBR 7197:1989 – Estruturas de Concreto Protendido – Procedimento.

Concreto Protendido – Dimensionamento à flexão, Pfeil, W., Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, vol.3, 1983.

Concreto Protendido – Processos Construtivos/Perdas de Protensão, Pfeil, W., Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, vol.2, 1983.

Fundamentos do Concreto Protendido – E-Book de apoio para o Curso de Engenharia Civil, Hanai, J. B., EESC, 2005.

Amorim Jr, W. G., Notas de Aula – Concreto Protendido, 1999.

Diaz, B. E., Notas de Aula – Concreto Protendido, 2008.

Eboli, C. R., Notas de Aula – Concreto Protendido, 2008.

Protende – Sistemas e Métodos, Catálogo Técnico de Produtos, 2006.

Rudloff – Concreto Protendido, Catálogo Técnico de Produtos, 1998.

Rudloff – Perdas da Força de Protensão, Schmid, M. T., Rudloff, Industrial Ltda, 1998.

VSL – Perdas da Força de Protensão – Cálculo Exemplo, Sistemas VSL Engenharia S.A., 1978.

MathCad Version 13 – Parametric Technology Corporation

SAP2000 v11 – Integrated Software For Structural Analysis and Design - Advanced Version 11.0.0 – Computers and Structures, Inc.

VIGACON – Programa Para Análise de Vigas Contínuas - Versão 3.0 – Modificação 5 de 31 de Dezembro de 1992.